АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

МАТЕМАТИКА

III

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

РЕФЕРАТЫ

2В1—2В314

*

U. I. C. C.
AUG 20 1974
LIBRARY

№ 2 1961

ПРОИЗВОДСТВЕННО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ КОМБИНАТ ВИНИТИ

МОСКВА

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ
МАТЕМАТИКА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР канд. физ.-матем. наук *Р. В. Гамкрелидзе*

ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ: академик *П. С. Александров*, академик *А. Н. Колмогоров*, профессор *Л. Д. Кудрявцев*, член-корреспондент АН СССР *Ю. В. Линник*, профессор *А. И. Маркушевич*, профессор *М. А. Наймарк*, профессор *В. В. Немыцкий*, профессор *С. М. Никольский*, академик *П. С. Новиков*, профессор *Д. Ю. Панов*, профессор *К. А. Рыбников*, член-корреспондент АН СССР *Н. В. Смирнов*, профессор *С. П. Фиников*

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ канд. физ.-матем. наук *А. А. Конюшков*

СОДЕРЖАНИЕ

Теория вероятностей	2В1
Математическая статистика	2В65
Теория игр, исследование операций и математическая экономика	2В105
Применение теоретико-вероятностных и статистических методов	—
Численные и графические методы	2В146
Таблицы	2В202
Вычислительные машины и математические приборы	2В210
Применение вычислительных машин	2В265
Авторский указатель	

Адрес редакции: Москва, Д-219, Балтийская улица, 14

Технический редактор *Г. А. Шевченко*

Подписано в печать 22/II-61 г. Формат бумаги 84×108¼

Печ. л. 3 Бум. л. 1,5 Уч.-изд. л. 8,55 Тираж 920 Цена 38 к. Зак. 118

Производственно-издательский комбинат ВИНИТИ,
Люберцы, Октябрьский проспект, 403

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

МАТЕМАТИКА

III. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ

Рефераты 2В1—2В314 № 2 Февраль 1961 г.

ГПТ В СО АН СССР
Библиотека
1967

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Редакторы *Н. В. Смирнов, Н. Н. Воробьев*

2 В1. Вероятностные законы, определяемые своими почти достоверными событиями. Bodiou Georges. Probabilités déterminées par leurs propositions presque certaines. «C. r. Acad. sci.», 1958, **246**, № 21, 3000—3002 (франц.)

Рассматривается вероятностная мера P на структуре (treillis) T (структурой автор, по-видимому, называет частично упорядоченную систему элементов с логическими операциями отрицания (a'), «и» ($a \cap b$), «или» ($a \cup b$). Предполагается также, что T содержит нулевой элемент φ и наибольший U. Если операция $\cap$ дистрибутивна относительно операции $\cup$, то структура называется булевой). Мера P на T определяется системой аксиом: 1) $a \in T \Rightarrow P(a) \geqslant 0$; 2) $P(U) = 1$; 3) $a_i \leqslant a'_j \Rightarrow$ $\Rightarrow P(\bigcup_{i=1}^{\infty} a_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(a_i)$. Подструктура

$$A(P) = \{x \in T : P(x) = 1\}$$

называется структурой адэкватности меры P. Если $A(P)$ содержит наименьший элемент z, являющийся к тому же атомом T (т. е. $x \leqslant z \Rightarrow (x = \varphi$ или $x = z)$), то z называется базой P, сама мера называется атомической и обозначается $P(x) = P(x \mid z)$. Указан пример атомической меры, принимающей более чем 2 значения (для булевой структуры анатомическая мера принимает значения только 0 и 1). Показано, что атомическая мера вполне определяется заданием значений $P(y \mid z)$ для любого атома $y \in T$. Р. Ф. Матвеев

2 В2. Случайные метрические пространства. Schweizer Berthold, Sklar Abe. Espaces métriques aléatoires. «C. r. Acad. sci.», 1958, **247**, № 23, 2092—2094 (франц.)

Пространство X называется случайным метрическим пространством, если каждой паре точек p и q из этого пространства соответствует функция распределения $F_{pq}(x)$, для которой $F_{pq}(0) = 0$. Эта функция должна удовлетворять некоторым условиям, являющимся обобщением метрических аксиом. Обсуждаются различные варианты таких условий и рассматриваются некоторые примеры. А. В. Скороход

2 В3. Регулярные вероятностные меры в функциональном пространстве. Nelson Edward. Regular probability measures on function space. «Ann. Math.», 1959, **69**, № 3, 630—643 (англ.)

Рассматривается пространство Ω всех функций, определенных на некотором промежутке T и принимающих значения из компактного (бикомпактного, в терминологии П. С. Александрова) хаусдорфова топологического пространства X, через $B(\Omega)$ обозначается совокупность борелевских подмножеств пространства Ω (Ω рассматривается как топологическое произведение $\prod_{t \in T} X$ с тихоновской топологией). Мера μ, определенная на $B(\Omega)$, называется регулярной, если для всякого множества E из $B(\Omega)$ выполняется соотношение

$$\mu(E) = \inf_{G \supset E} \mu(G) = \sup_{F \subset E} \mu(F),$$

где G и F обозначают соответственно открытое замкнутое множества. Доказывается, что каждому согласованному набору конечномерных распределений соответствует единственная регулярная вероятностная мера на $B(\Omega)$. Устанавливается измеримость относительно этой меры множества непрерывных функций, множества функций, непрерывных почти при всех t, множества функций, не имеющих разрывов второго рода. Доказывается теорема о том, что необходимым и достаточным условием того, чтобы процесс был с вероятностью 1 непрерывен почти при всех t, является стохастическая непрерывность процесса почти при всех t.

А. В. Скороход

2 В4. Вариант теоретико-вероятностной проблемы Банаха. Castoldi Luigi. Variante di un problema probabilistico di Banach. «Boll. Centro ricerca operat.-Ser. metodol.», 1959, **3**, № 1, 24—28 (итал.)

В отличие от известной проблемы Банаха о спичечных коробках здесь рассматривается следующая более естественная ситуация. В коробках находится по N спичек. Наудачу выбирается одна коробка и вынимается спичка. Через некоторое время обнаруживается в первый раз случай, что в выбранной коробке находится лишь одна спичка. Тогда вероятность того, что в другой коробке остались еще r спичек ($r = 1, 2, \ldots, N$) равна $p(N, r) = \binom{2N - r - 1}{N - 1} 2^{r+1-2N}$. Дается таблица значений $p(50, r)$. Вычисляются значения Er и Dr:

$$Er = 2^{2N+1} N C_{2N}^{N} \text{ и } Dr = 2N - Er - (Er)^2.$$

В формулу (2′) вкралась опечатка. Следует читать: $\mu(N) \sim 2\sqrt{N/\pi} - 1$. W. Richter

2 В5. О распределениях, моменты которых мажорируются моментами известного распределения. Laha R. G., Lukacs Eugene. On distributions whose

moments are majorated by the moments of a known distribution. «J. Austral. Math. Soc.», 1959, **1**, № 1, 113—115 (англ.)

Пусть $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — две функции распределения; обозначим их моменты через $\alpha_k^{(1)}$ и $\alpha_k^{(2)}$, их характеристические функции через $f_1(t)$ и $f_2(t)$ соответственно. Предположим, что $f_2(t)$ — аналитическая функция и что $F_1(x)$ имеет моменты любого порядка такие, что выполняется соотношение $|\alpha_k^{(1)}| \leqslant |\alpha_k^{(2)}|$. Тогда $f_1(t)$ также является функцией аналитической; причем радиус сходимости $f_1(t)$ не может быть меньше радиуса сходимости $f_2(t)$. К. П. Латышев

2 В6. Моменты дискретных распределений. Berquó Elza S. Momentos de distribuições discretas. «Arquivos Fac. hig. e saude publica Univ. São Paulo», 1958, **12**, № 1, 79—81 (порт.; рез. англ.)

Используя соотношение $m_k = \sum_{i=0}^{k} T_{ki}\, m_{[i]}$, где $m_{[i]}$ — факториальные моменты порядка i, а T_{ki} — числа Стирлинга второго рода, автор получает очень простые выражения для любых моментов дискретного распределения. По резюме автора

2 В7. Об обобщении β-распределений. Mauldon J. G. A generalization of the beta-distribution. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 2, 509—520 (англ.)

Определяется и изучается класс распределений, который включает, как частные случаи, обыкновенное β-распределение, одномерное треугольное распределение, равномерное распределение на любом невырожденном симплексе, а также распределения, возникающие в связи со случайным делением интервала. Пусть $x^1, x^2, \ldots, x^n$ — n случайных величин с совместной функцией распределения $F = F(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ и

$$\Phi_p(t, a_1, \ldots, a_n) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\Big(t - \sum_{j=1}^{n} a_j x^j\Big)^{-p} dF(x^1, \ldots, x^n),$$

$$(p > 0,\ \operatorname{im} t \neq 0). \qquad (1)$$

Если существует множество $r + rn$ вещественных постоянных $p_i > 0$ и c_i^j $(i = 1, \ldots, r;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ таких, что

$$\Phi_p(t, a_1, \ldots, a_n) = \prod_{i=1}^{n}\Big(t - \sum_{j=1}^{n} a_j c_i^j\Big)^{-p_i}, \qquad (2)$$

где $\sum_{i=1}^{r} p_i = p$, то всякое совместное распределение $x^1, x^2, \ldots, x^n$, которое удовлетворяет (2), будем называть n-мерным β-распределением с индексами $p_1, \ldots, p_r$. Матрица порядка $n \times r$ $C = \{c_i^j\}$ будет называться координатной матрицей, а ее колонки — вертикалями β-распределения. Основные результаты сформулированы в шести теоремах, из которох наибольший интерес представляют следующие:

Теорема 1. Для любой наперед данной совокупности $r + rn$ вещественных постоянных $p_i > 0$ и $c_i^j (i = 1, \ldots, r;\ j = 1, \ldots, n)$ существует и единственно совместное распределение переменных $x^1, \ldots, x^n$, которое удовлетворяет уравнению (2).

Теорема 2. Пусть D — выпуклая оболочка r точек с векторной координатой c_i. Предположим, что D имеет размерность $d (1 \leqslant d \leqslant \min(r - 1, n))$, и пусть σ — d-мерная гиперплоскость, содержащая D. Тогда любое β-распределение с вертикалями c_i есть непрерывное распределение на σ с положительной d-мерной плотностью во всех внутренних точках D и нулевой плотностью во всех других точках. Далее, если $p_i \geqslant 1$ (для всех i), плотность распределения ограничена и, если $p_i > 1$, плотность непрерывна на σ. В. П. Скитович

2 В8. Набросок теории умножения случайных величин. Lévy Paul. Esquisse d'une théorie de la multiplication des variables aléatoires. «Ann. scient. École norm. supér», 1959, **76**, № 1, 59—82 (франц.)

Рассматривается произведение $X = UV$ двух независимых случайных величин с функциями распределения соответственно $F(x)$, $F_1(x)$ и $F_2(x)$ и характеристическими функциями $F^*(t)$, $F_1^*(t)$ и $F_2^*(t)$. Рассматриваются следующие проблемы: A. Если законы X и U заданы, узнать, имеет ли X вид UV, и в этом случае определить закон V или совокупность возможных законов. B. Когда задан только закон X, узнать, допускает ли X представления вида UV, в которых ни один из множителей не будет определенным числом. C. Определить условия, которым должны удовлетворять U и V, чтобы закон X был симметричен. D. Определить безгранично делимые законы умножения. Рассматривается случай положительных множителей и проблемы A, B и D сводятся к классическим проблемам для логарифмов рассматриваемых случайных величин. Кроме того, автор рассматривает и самый общий случай, когда случайные величины могут быть комплексными. Приводится ряд теорем, дающих решение указанных проблем при некоторых дополнительных условиях. В. П. Скитович

2 В9. О структуре безгранично делимых распределений. Blum J. R., Rosenblatt M. On the structure of infinitely divisible distributions. «Pacif. J. Math.», 1959, **9**, № 1, 1—7 (англ.)

Пусть $\varphi(s)$ — характеристическая функция безгранично делимого распределения $F(x)$. Тогда $\varphi(s)$ представима в виде

$$\varphi(s) = \exp\left\{i\gamma s + \int_{-\infty}^{\infty}\left[e^{ius} - 1 - \frac{ius}{1+u^2}\right]\frac{1+u^2}{u^2}\, dG(u)\right\},$$

где $G(u)$ — неубывающая функция ограниченной вариации. Доказывается, что: 1) $F(x)$ дискретна тогда и только тогда, если $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{u^2}\, dG(u) < \infty$ и $G(u)$ — функция скачков; 2) $F(x)$ непрерывна тогда и только тогда, если $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{u^2}\, dG(u) = \infty$; 3) $F(x)$ — смешанная функция тогда и только тогда, если $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{u^2}\, dG(u) < \infty$ и $G(u)$ не есть функция скачков (функция $F(x)$ называется смешанной, если она разрывна, но не является функцией скачков). С помощью этого результата исследуется структура одного класса случайных процессов с независимыми приращениями. И. А. Ибрагимов

2 В10. N-мерные функции распределения и их сечения. Sklar M. Fonctions de répartition à N dimensions et leurs marges. «Publs Inst. statist. Univ. Paris», 1959, **8**, № 3, 299—231 (франц.)

$G_n(x_1, \ldots, x_n)$ — функция распределения, $F_k(x_k) = G_n(\ldots, \infty, x_k, \infty, \ldots)$ — ее сечение. Существует единственная функция H_n с областью определения $R_1 \times \ldots \times R_n$ (R_k — область значений $F_k(\cdot)$) такая, что $G_n(x_1, \ldots, x_n) = H_n\{F_1(x_1), \ldots, F_n(x_n)\}$. Связкой (copule) называется всякая непрерывная неубывающая функция G_n, определенная на замкнутом n-мерном единичном кубе, такая, что $C_n(1, \ldots, 1, \alpha, 1, \ldots, 1) = \alpha$, $C_n(0, \ldots, 0) = 0$. Упомянутая выше функция H_n всегда продолжается до некоторой связки C_n. Для любой связки C_n имеет место неравенство

$$\max(\alpha_1 + \ldots + \alpha_n, 0) \leqslant C_n(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \leqslant \min(\alpha_1, \ldots, \alpha_n).$$

Вводится понятие квазиобратной функции и с его помощью исследуются свойства n-мерных функций распределения и их связок. Р. Ф. Матвеев

2 В11. О матрицах функций распределения. Balogh Tibor. Eloszlásfüggvény-matrixok. «Acta Univ. debrecen.», 1957(1959), 4, 89—92 (венг.; рез. нем.)

Рассматриваются матрицы порядка p, элементами которых являются функции распределения. Расстояние между двумя такими матрицами определяется квадратной матрицей порядка p, все элементы которой равны наибольшему в смысле Леви расстоянию между соответствующими элементами обеих матриц. Доказывается, что полученное таким образом метрическое пространство матриц M полно. Дано необходимое и достаточное условие того, чтобы произвольное подпространство пространства M было компактно в M. Б. Н. Гартштейн

2 В12. О вычислении вероятностного интеграла многомерного нормального распределения. John S. On the evaluation of the probability integral of a multivariate normal distribution. «Sankhya, Indian J. Statist,», 1959, 21, № 3-4, 367—370 (англ.)

Рассматривается интеграл $I = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty n_x(\mu, \sum) dx$, где $n_x(\mu, \sum)$ — плотность распределения случайного вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ со средним значением $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ и матрицей вторых моментов $\sum = (\sigma_{ij})$. Доказывается формула $I = \int_0^\infty f(u)\, du$, где $f(u)$ — плотность распределения величины $u = \min(x_1, x_2, \dots, x_p)$. Эта формула сводит вычисление p-мерного интеграла к вычислению $(p-1)$-мерного нормального интеграла. Б. Н. Гартштейн

2 В13. Дифференциальные уравнения с частными производными для плотностей устойчивых распределений и их применения. Medgyessy Pal. Stabilis valószínűség-sürüséggvényekre fennálló parciális differenciálegyenletek és alkalmazásaik. «Magyar tud. acad. mat. kutató int. közl.», 1956(1957), 1, № 4, 489—517 (венг.; рез. русск., англ.)

Теорема. Плотность устойчивого распрделения

$$f(x, c) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i(\gamma - x)t - c\,|\,t\,|^{\alpha}(1+\beta\operatorname{sgn} t\,\omega(t,\alpha))\right]dt$$

($c > 0$; α, β, γ — вещественные постоянные, $0 < \alpha \leqslant 2$, $|\,\beta\,| \leqslant 1$, $\omega(t, \alpha) = \operatorname{tg}(\pi\alpha/2)$ при $\alpha \neq 1$, $\omega(t, 1) = (2/\pi)\log|\,t\,|$, α рационально, $\alpha = m/n$, $(m, n) = 1$ и $\beta = 0$, если $\alpha = 1$) удовлетворяет дифференциальному уравнению с частными производными и постоянными коэффициентами типа

$$K_1 \frac{\partial^{b_1+a_1} f}{\partial c^{b_1} \partial x^{a_1}} + K_2 \frac{\partial^{b_2+a_2} f}{\partial c^{b_2} \partial x^{a_2}} + K_3 \frac{\partial^{b_3+a_3} f}{\partial c^{b_3} \partial x^{a_3}} = 0, \quad (1)$$

где целочисленные постоянные a_i, b_i удовлетворяют условиям $\alpha b_1 + a_1 = \alpha b_2 + a_2 = \alpha b_3 + a_3$, $\sin\left[\frac{a_2 - a_3}{2\pi} - (b_2 - b_3)\operatorname{arctg}\beta\right] \neq 0$, а числа K_i зависят от a_j, b_j ($j = 1, 2, 3$) и $B = \beta\omega(t, \alpha)$. Постоянные a_i, b_i, K_i являются функциями от m, n и β. При их выборе допустим некоторый произвол. Это делает возможным упрощение уравнения (1). Можно, например, добиться сокращения числа смешанных производных. Теорема применяется к разложению смеси плотностей устойчивых распределений. Пусть в некоторой смеси плотностей $f(x) = \sum_{k=1}^N A_k f_k(x)$ функции $f_k(x)$ суть плотности устойчивых распределений, обладающих характеристической функцией с известными параметрами α, β и с неизвестными параметрами c_k, γ_k. Вычисление параметров c_k, γ_k и A_k теоретически возможно, если помощью $f(x)$ можно построить зависящую от параметра λ функцию

$$\Psi(x, \lambda) = \sum_{k=1}^N A_k \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i(\gamma_k - x)t - (c_k - \lambda)\,|\,t\,|^{\alpha}\left[1 + i\beta\operatorname{sgn}\cdot t\omega(t, \alpha)\right]\right] dt.$$

Легко видеть, что при некоторых условиях $\Psi(x, \lambda)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению типа (1). Исследуются решения (1) в некоторых частных случаях. J. Mogyoródi

2 В14. О теореме Леви—Райкова. Devinatz A. On a theorem of Lévy—Raikov. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 2, 583—586 (англ.)

Пусть φ_1, φ_2 и $\varphi = \varphi_1\varphi_2$ — характеристические функции одномерных случайных величин и φ дифференцируется $2n$ раз. Тогда φ_1 и φ_2 дифференцируемы $2n$ раз. Пусть $\psi_a(x) = e^{iax}\varphi(x)$; тогда существуют числа a_j, m_j такие, что $|\,\varphi_j^{(2k)}(0)\,| \leqslant m_j\,|\,\psi_{a_j}^{(2k)}(0)\,|$; $j = 1, 2$, $0 \leqslant k \leqslant n$. Если φ бесконечно дифференцируема и проблема моментов Гамбургера определена для последовательности $\{(-i)^k\varphi^k(0)\}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, то та же проблема определена для $\{(-i)^k\varphi_j^k(0)\}$. Это обобщает одну теорему Леви — Райкова (Райков Д. А., Изв. АН СССР, Сер. матем., 1938, № 1, 91—124).

Ю. В. Линник

2 В15. Обобщенные случайные элементы векторного пространства; определения и первые результаты. Badrikian Albert. Les éléments aléatoires généralisés à valeurs dans un espace vectoriel; définitions et premiers résultats. «C. r. Acad. sci.», 1959, 248, № 11, 1603—1605 (франц.)

Пусть множество Ω с мерой P образует поле вероятностей, а X — вещественное векторное топологическое пространство и X^* — пространство, сопряженное к X. Обобщенным случайным элементом X называется линейное отображение X^* в пространство вещественных случайных величин на указанном поле вероятностей. Определяются различные виды сходимости этих случайных элементов, формулируется для них закон больших чисел. А. В. Скороход

2 В16. О некоторых предельных теоремах теории вероятностей. Маслов К. В. «Теория вероятностей и ее применения», 1960, 5, № 1, 54—83 (рез. англ.)

Рассматривается следующая проблема: Пусть задана последовательность серий независимых случайных величин $\xi_{n1}, \xi_{n2}, \dots, \xi_{nk_n}$ ($n = 1, 2, \dots$) и некоторая достаточно гладкая функция $\varphi(x, y)$. Строится новая последовательность случайных величин ζ_{n,k_n}: $\zeta_{n,1} = \xi_{n,1}$; $\zeta_{n,k+1} = \varphi(\zeta_{n,k}; \xi_{n,k+1})$. Следует отыскать достаточные условия существования предельного распределения для величин ξ_{nk_n}. Исследование ведется в терминах теории дифференциальных уравнений в частных производных и теории процессов Маркова. Идея метода предложена автору А. Я. Повзнером.

W. Richter

2 В17. Стремление к гауссовости при селективной фильтрации. Picinbono Bernard. Tendance vers le caractère gaussien par filtrage séléctif. «C. r. Acad. sci.», 1960, 250, № 7, 1174—1176 (франц.)

Случайный процесс $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda t}\varphi(d\lambda)$ пропускается через все более узкополосные фильтры (на выходе n-го фильтра получаем

$$x_n(t) = \int_{\lambda_0 - \frac{1}{n}}^{\lambda_0 + \frac{1}{n}} e^{i\lambda t}\varphi(d\lambda)).$$

Найдены условия, достаточные для того, чтобы многомерная случайная величина $(x_n(t_1),\ldots,x_n(t_k))$ при любых k и наборе $\{t_j\}$ $(j=1,\ldots,k)$ стремилась к многомерной гауссовской (имеется в виду сходимость соответствующих законов распределения). Указано очевидное необходимое условие для такой предельной гауссовости.

Примечание референта. Более полная задача о нахождении необходимых и достаточных условий предельной нормальности вектора $(x_n(t_1),\ldots,x_n(t_k))$ значительно раньше решена Розановым (РЖМат, 1960, 9230). Р. Ф. Матвеев

2 В18. Члены вариационного ряда в цепи Маркова. Cogburn Robert. Termes variationnels des chaînes de Markov. «C. r. Acad. sci.», 1958, 247, № 25, 2281—2283 (франц.)

Рассматривается однородная цепь Маркова: $X_1, X_2,\ldots,X_n,\ldots$; величины $(X_1-a_n)/b_n,\ldots,(X_n-a_n)/b_n$, где a_n и b_n — некоторые постоянные, упорядочиваются по величине: $X^*_{n_1}\leqslant X^*_{n_2}\leqslant\ldots\leqslant X^*_{n_n}$. Формулируются предельные теоремы для крайних и центральных членов вариационного ряда $X^*_{n_k}$. Наличие опечаток весьма затемняет смысл этих теорем. А. В. Скороход

2 В19. Эргодическая теория для дискретных полумарковских цепей. Anselone Philip M. Ergodic theory for discrete semi-Markov chains. «Duke Math. J.», 1960, 27, № 1, 33—40 (англ.)

Пусть $\{\varphi_k,\ k\in T\}$ (T — множество неотрицательных целых чисел) — однородная цепь Маркова со счетным множеством состояний I и матрицей переходных вероятностей (p_{lm}). Пусть $\{t_k,\ k\in T\}$ — последовательность целочисленных случайных величин — времен перехода таких, что $\theta_k=t_{k+1}-t_k>0$, $t_0\equiv 0$, причем $P\{\theta_k=j\mid\varphi_k=i\}=a_{ij}$ не зависит от k. Наконец, пусть $P(\varphi_{k+1}=m\mid\varphi_h=i_h,\ \theta_h=j_h,\ h\leqslant k\}=p_{i_km}$, т. е. смена состояний в исходной цепи происходит независимо от распределения времен перехода θ, и пусть $P\{\theta_k=j\mid\varphi_h=i_h,\ h\leqslant k+1;\ \theta_h=j_h,\ h<k\}=a_{i_kj}$, т. е. время перехода зависит от состояния цепи в начале и не зависит от состояния в конце. Тогда полумарковская цепь $\{x_t,\ t\in T\}$ определяется так: $x_t(\omega)=\varphi_k(\omega)$, если $t_k(\omega)\leqslant t<t_{k+1}(\omega)$ для любого $\omega\in\Omega$ (где Ω — исходное пространство элементарных событий, над которым определены все случайные величины). Полумарковская цепь $\{x_t,\ t\in T\}$ является обобщением марковской цепи $\{\varphi_k,\ k\in T\}$ и сводится к марковской цепи с измененным масштабом времени в том случае, когда $\theta_k=\text{const}$. Вводя подсостояние $(x_t,\ y_t)$, где $y_t=0$, при $t=t_k$, $y_t=t_{k+1}-t$ при $t_k<t<t_{k+1}$ (таким образом подсостояние есть двумерная величина, первая компонента которой означает состояние цепи, а вторая — время, остающееся до момента перехода в новое состояние), автор сводит изучение полумарковской цепи к изучению марковской цепи подсостояний. На этом пути он получает эргодическую теорему для полумарковских цепей в случае, когда I представляет собой один класс возвратных состояний без подклассов, а также в случае периодической полумарковской цепи. В последнем параграфе показано, что случай, когда время перехода θ_k зависит не только от φ_k, но и от φ_{k+1}, легко сводится к рассмотренному ранее путем введения вектора $\varphi_k=(\varphi_k,\ \varphi_{k+1})$. В. М. Волков

2 В20. О последовательности случайных величин, связанных в цепь Маркова. Рашидов Х. Р. «Уч. зап. Ташкентск. гос. пед. ин-т», 1957(1959), вып. 7, 69—75

Рассматривается последовательность серий случайных величин $\{\xi_{n1},\xi_{n2},\ldots,\xi_{nk_n}\}$, $k_n\to\infty$ при $n\to\infty$, в которой ξ_{nk} может принимать s значений $x_1^{(n)},x_2^{(n)},\ldots,x_s^{(n)}$, и внутри каждой серии случайные величины связаны в цепь Маркова с матрицей переходных вероятностей для n-й серии $\Phi_n=(p_{\alpha\beta}(n))$. Если $p_{\alpha\beta}(n)\geqslant 1/\varphi(n)$ для $\alpha=1,\ldots,s$ и хотя бы одного фиксированного значения β $\varphi(n)=o(k_n)$ при $n\to\infty$, то для $\varepsilon>0$ существует такое N_ε, что при $n>N_\varepsilon$ справедливо следующее эргодическое свойство: $|p^{(kn)}_{\alpha\beta}(n)-p^{(kn)}_{\gamma\beta}(n)|>\varepsilon$. Отсюда получается оценка сверху максимального по модулю и отличного от единицы корня матрицы Φ_n: $|\lambda_1^{(n)}|<(1-1/\varphi(n))$. Далее доказывается приложимость закона больших чисел при дополнительном предположении $|x_\alpha^{(n)}|<k_0$ при любом $\alpha=1,\ldots,s$ и k_0, не зависящем от n. В. М. Волков

2 В21. Основания теории марковских цепей с непрерывным параметром. Chung K. L. Foundations of the theory of continuous parameter Markov chains. «Proc. 3rd Berkeley Sympos. Math. Statistics and Probability». Vol. 2. Berkeley—Los Angeles, 1956, 29—40 (англ.)

Цель автора — дать математически строгое и методологически единое изложение оснований теории однородных марковских процессов с непрерывным параметром и счетным множеством состояний, основываясь на синтезе результатов Дуба (1942—45 гг.) и Леви (1951—53 гг.). Объектом исследования является марковская цепь $\{x(t,\omega),\ 0\leqslant t<\infty\}$, множество состояний которой есть множество неотрицательных целых чисел, определенная на пространстве с вероятностной мерой $(\Omega,\mathfrak{B},P)$ и удовлетворяющая условию непрерывности: $\lim\limits_{t\to 0}p_{ij}(t)=\delta_{ij}$; точнее говоря, изучается стандартная модификация марковской цепи, сепарабельная относительно замкнутых множеств и измеримая. Состояние i называется стабильным, если $q_i=\lim\limits_{t\to 0}(1-p_{ii}(t))/t<\infty$; если же $q_i=\infty$, то состояние i называется мгновенным. Пусть $S_i(\omega)=\{t: x(t,\omega)=i\}$, а $\overline{S_i(\omega)}$ — замыкание $S_i(\omega)$.

Теорема 1. Существует множество $\Omega_0\in\mathfrak{B}$ с $P\{\Omega_0\}=1$, обладающее следующими свойствами. Если $\omega\in\Omega_0$, а i — стабильное состояние, то множество $\overline{S_i(\omega)}$ является объединением непересекающихся замкнутых t-интервалов (отрезков t-значений, в которых $x(t,\omega)\equiv i$), число которых конечно в каждом конечном t-интервале. Затем автор дает фундаментальное описание структуры выборочных функций.

Теорема 3. Существует множество $\Omega_4\in\mathfrak{B}$ с $P(\Omega_4)=1$ такое, что если $\omega\in\Omega_4$, то выборочная функция $x(\cdot,\omega)$, определенная на $(0\ \infty)$, имеет следующие свойства. Множество ее разрывов $D(\omega)$ является замкнутым множеством, которое состоит из объединения возможно пустого, но не более чем счетного множества совершенных, нигде не плотных множеств $\overline{S_i(\omega)}$, отвечающих мгновенным состояниям i и некоторого множества меры нуль, содержащегося в замыкании множества скачков. Дополнением $D(\omega)$ до $(0,\infty)$ является объединение открытых интервалов, каждый из которых принадлежит некоторому $S_i(\omega)$ с i-стабильным, любые два смежных интервала принадлежат различным $S_i(\omega)$. Для каждого фиксированного стабильного i число таких интервалов, принадлежащих $S_i(\omega)$, конечно в любом конечном интервале значений t. Множества $\overline{S_i(\omega)}$ (за исключением не более чем счетного числа) для всех i являются непересекающимися и каждое $\overline{S_i(\omega)}$ отличается от $S_i(\omega)$ на не более чем счетное множество; на каждом $S_i(\omega)$ $x(\cdot,\omega)$ постоянна и равна i.

Эта теорема обобщает результат Леви, который не учитывал мгновенных состояний. Кроме этого, автором доказаны две теоремы, касающиеся распределений случайных величин, связанных с величинами $\tau_n(\omega,i)$,

$\tau_n(\omega, i)$ и $\lambda_n(\omega, i) = \tau'(\omega, i) - \tau(\omega, i)$, означающими начало, конец и длину n-го по порядку i-интервала. Ограничимся одной теоремой 5. Пусть $A\{x(s, \omega), s \leqslant \alpha(\omega)\}$ — система множеств, определенных условиями на $x(s, \omega)$ при $s \leqslant \alpha(\omega)$, где $\alpha(\omega)$ — неотрицательная случайная величина такая, что для каждого $t > 0$ $\{\alpha(\omega) < t\} \in A\{x(s, \omega), s < t\}$. Фиксируем стабильное состояние i с $q_i > 0$. Тогда для каждого конечного $a > 0$ и двух любых событий $\Lambda_1 \in A\{x(s, \omega), s \leqslant \tau_n(\omega, i)\}$ и $\Lambda_2 \in A\{x(s, \omega), s > \tau'_n(\omega, i)\}$ при любом начальном распределении

$$P\{\tau(\omega) < \infty\} P\{\Lambda_1, \lambda(\omega, i) \geqslant a, \Lambda_2\} = P\{\Lambda_1\} P\{\Lambda_2\} e^{-q_i a}.$$

Отсюда, в частности, вытекает факт независимости $\lambda_{n_\nu}(\omega, i_\nu)$ при стабильных i. В. М. Волков

2 В22. О проблеме идентификации для функций на конечных цепях Маркова. Gilbert Edgar J. On the identifiability problem for functions of finite Markov chains. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 3, 688—697 (англ.)

Пусть Y_n, $n = 1, 2, \ldots$, — стационарная последовательность случайных величин, каждая из которых принимает D значений. Рассматривается тот случай, когда эта последовательность представима в виде $Y_n = f(X_n)$, где случайные величины X_n, $n = 1, 2, \ldots$, связаны в цепь Маркова с N состояниями. Изучаются свойства таких последовательностей. Дается определение «регулярных» функций f. С помощью закона распределения $\{Y_n\}$ и регулярной функции f описывается матрица переходных вероятностей соответствующей цепи. Б. А. Севастьянов

2 В23. Симметризуемые марковские матрицы. Kramer H. P. Symmetrizable Markov matrices. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 1, 149—153 (англ.)

Рассматривается конечная цепь Маркова с непрерывным временем и с плотностью Q_{ij} перехода из состояния j в состояние i. В случае, когда $Q_{ij}\mu_j = Q_{ji}\mu_j$, где $\mu_1, \ldots, \mu_N$ — некоторые положительные числа, даются выражения для стационарных вероятностей и приводится оценка скорости сходимости к этому стационарному распределению при любом начальном распределении и $t \to \infty$. Б. А. Севастьянов

2 В24. Характеризация процессов рождения и смерти. Karlin Samuel, McGregor James. A characterization of birth and death processes. «Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.», 1959, **45**, № 3, 375—379 (англ.)

Рассматриваются марковские процессы со счетным множеством состояний 0, 1, 2, ... Траектория процесса называется «непрерывной», если она непрерывна справа в обычном смысле и имеет скачки только ± 1. Предполагается, что траектория за конечное время может достичь бесконечности; в этом случае также определяется «непрерывность». Доказывается теорема о том, что регулярной марковской матрице $P(t)$ соответствует строго марковский процесс, определенный на «непрерывных» траекториях тогда и только тогда, когда или 1) все миноры матрицы $P(t)$, $t > 0$, положительны, или 2) все миноры первого и второго порядков матрицы $P(t)$, $t > 0$, положительны, или 3) $P'(t) = AP(t) = P(t)A$, где A — строго якобиева матрица, т. е. $a_{ij} > 0$ при $|i - j| = 1$, $a_{ii} < 0$, $a_{ij} = 0$ при $|i - j| > 1$, $\sum_j a_{ij} \leqslant 0$. Б. А. Севастьянов

2 В25. О возвратных нулевых цепях Маркова. Lamperti John. On null-recurrent Markov chains. «Canad. J. Math.», 1960, **12**, № 2, 278—288 (англ.)

Рассматривается неразложимая возвратная нулевая цепь Маркова с матрицей вероятностей перехода $P = \|p_{ij}\|$. Показано, что оператор P не подчиняется эргодической теореме в среднем. Указаны способы построения последовательностей $R = \{r_i\}^\infty$ таких, что ни при одном i последовательность $x_i^{(n)}$, где $\{x_i^{(n)}\} = RP^n$, не суммируема по Абелю. Для случая нулевых возвратных блужданий найден класс последовательностей R, для которых при любом i последовательность $x_i^{(n)}$ суммируема по Чезаро. Рассмотрены также некоторые вопросы, возникающие в связи с работой Дермана (РЖМат, 1955, 4568). М. Г. Шур

2 В26. Время достижения группы существенных состояний в цепи Маркова. Fuchs Aimé. Temps d'atteinte des groupes finaux dans les chaînes de Markov. «C. r. Acad. sci.», 1960, **250**, № 2, 281—283 (франц.)

Для однородной по времени цепи Маркова с конечным числом состояний выводится формула для математического ожидания времени до достижения множества всех существенных состояний из некоторого несущественного состояния. А. В. Скороход

2 В27. Стохастические непрерывные процессы с полными связями. Theodorescu Radu. Stochastische kontinuierliche Prozesse mit vollkommenen Verbindungen. «Math. Nachr.», 1957, **16**, № 2, 79—84 (нем.)

В настоящей работе делается попытка распространить результаты Ониеску по марковским цепям (РЖМат, 1957, 1620) на один класс цепей с полными связями в отношении произвольной системы состояний и с непрерывным параметром. Из резюме автора

2 В28. Траектории, определенные полугруппой отображений некоторого множества самого в себя. Hennequin Paul-Louis. Trajectoires définies par un semi-groupe d'applications d'un ensemble dans lui-même. «C. r. Acad. sci.», 1959, **248**, № 22, 3108—3110 (франц.)

Рассматривается полугруппа отображений T_t некоторого множества E самого в себя. Изучаются некоторые свойства функции $v(t, x) = T_t x$, $t \geqslant 0$, $x \in E$, не зависящие от топологии во множестве E. Приводятся некоторые примеры. А. В. Скороход

2 В29. Замечания о временах возвращения. Kac M. Remark on recurrence times. «Phys. Rev.», 1959, **115**, № 1, 1 (англ.)

Дается простой вывод формулы среднего времени возвращения для линейной цепи гармонически связанных частиц. Вывод основан на формуле Смолуховского. Резюме автора

2 В30. Заметка к статье «Самовосстанавливающиеся стохастические процессы». Smith W. L. Remarks on the paper «Regenerative stochastic processes». «Proc. Roy. Soc.», 1960, **A256**, № 1287, 496—501 (англ.)

Доказательство теоремы в упомянутой статье (РЖМат, 1959, 621) основано на более сильных предположениях, чем требуется. Здесь приводится новое доказательство. Для некоторых полумарковских процессов определение, данное в цитированной статье, не охватывает процесса для всех значений параметра, этот недостаток устраняется. Далее условие регулярности полумарковского процесса было дано неправильно; эта ошибка здесь исправляется и обсуждаются некоторые другие условия регулярности. Резюме автора

2 В31. Введение в изучение случайных процессов. Fuchs A. Introduction à l'étude des processus stochastiques. «Bull. Assoc. professeurs math. enseign. public», 1960, **39**, № 205, 131—139 (франц.)

Статья является записью лекции, прочитанной в институте Пуанкаре для преподавателей. Кратко изложено определение вероятности и случайной величины по аксиоматике А. Н. Колмогорова. Определения сопровождаются примерами. Дается понятие случайного процесса и выделяются важнейшие типы процессов (стационарный, марковский, процесс с независимыми приращениями). Много уделяется внимания различным определениям непрерывности выборочных функций и взаимоотношениям между этими определениями. Для иллюстра-

ции рассматривается процесс Пуассона и броуновское движение. В. П. Чистяков

2 В32. Предельные теоремы для ветвящегося процесса Гальтона—Ватсона. Levinson Norman. Limiting theorems for Galton—Watson branching process. «Illinois J. Math.», 1959, 3, № 4, 554—565 (англ.)

Рассматривается однородный ветвящийся процесс с дискретным временем. Пусть z_n — число частиц в момент времени n. Известно, что распределения $G_n(u) = P\{z_n | Mz_n < u\}$ слабо сходятся при $n \to \infty$ к некоторому распределению $G(u)$, если $1 < Mz_1 < \infty$. Если $Mz_1^2 < \infty$, то нетрудно проверить, что

$$\int_0^\infty u dG(u) = 1. \quad (1)$$

Доказано, что (1) выполняется и в том случае, когда условие $Mz_n^2 < \infty$ заменяется на более слабое

$$\sum_{j>n} jp_j \leqslant C/\gamma(n), \quad (2)$$

где $p_j = P\{z_1 = j\}$, $C > 0$ — некоторая постоянная, а $\gamma(t)$ — неубывающая функция такая, что $\int_1^\infty dt/t\gamma(t) < \infty$. Если $\int_1^\infty dt/t\gamma(t) = \infty$, то существуют такие p_j, что (2) выполняется, а $\int_0^\infty u dG(u) = 0$. В предположении существования только Mz_1 доказано, что $G(u)$ имеет непрерывную производную при $u > 0$. В. П. Чистяков

2 В33. О границах и граничных условиях для дифференциальных уравнений Колмогорова. Feller William. On boundaries and lateral conditions for the Kolmogorov differential equations. «Ann. Math.», 1957, 65, № 3, 527—570 (англ.)

Рассматривается полугруппа субстохастических матриц $P_t = \| p_{ij}(t) \|$, $t \geqslant 0$, такая, что $\lim_{t\to 0} p_{ij}(t) = \delta_{ij}$. Положим $q_i = p'_{ii}(t)|_{t=0}$, $q_{ij} = -p'_{ij}(t)|_{t=0}$ и пусть $\pi_\lambda(i,k) = (\lambda + q_i)^{-1} q_{ik}$, $\Pi_\lambda = \| \pi_\lambda(i,k) \|$ $(\lambda \geqslant 0)$. Оказывается, если все q_i конечны, то существует субстохастическая полугруппа матриц $\overline{P}_t$, удовлетворяющая обоим уравнениям Колмогорова: $\overline{P}'_t = Q\overline{P}_t$, $\overline{P}'_t = \overline{P}_t Q$ (где Q — производная в нуле от полугруппы P_t) и являющаяся минимальным решением каждого из этих уравнений. Автор относит последовательности $x = \{x_n\}$ такие, что $0 \leqslant x_n \leqslant 1$, к классу $\mathfrak{P}$, если $\Pi_0 x = x$, и к классу $\mathfrak{P}_\lambda$, если $\Pi_\lambda x = x$. Показано, что классы $\mathfrak{P}_\lambda$ образуют структуры и что существует структурный изоморфизм между $\mathfrak{P}_\lambda$ при $\lambda > 0$ и некоторым подмножеством $\mathfrak{P}$ структуры $\mathfrak{P}_0$. При этом $\mathfrak{P}$ допускает представление в виде прямой суммы $\mathfrak{P} = \overline{\mathfrak{P}} + \overline{\mathfrak{P}}^0$, где $\overline{\mathfrak{P}}^0$ — совокупность последовательностей x из $\mathfrak{P}$ таких, что $\overline{P}_t x = x$ при некотором $t \geqslant 0$. В силу предыдущих результатов В. Феллера (РЖМат, 1958, 7974) структура индуцирует в множестве натуральных чисел E некоторую границу B и некоторую топологию в $E \cup B$. Доказано, что граница, индуцированная $\mathfrak{P}_\lambda$ при $\lambda > 0$ совпадает с границей $\overline{B}$, индуцированной множеством $\overline{\mathfrak{P}}$. Аналогичное утверждение верно и для топологий, индуцированных множествами $\mathfrak{P}_\lambda$ в $E \cup \overline{B}$. Множество $\overline{B}$ называется точной границей, а множество $B \setminus \overline{B}$ — пассивной границей E. Доказывается, что для всех $t \geqslant 0$ граница, индуцированная матрицей $\overline{P}_t$, совпадает с пассивной границей. Первое уравнение Колмогорова имеет единственное решение в классе стохастических полугрупп в том и только том случае, когда точная граница пуста. В работе показано существование субстохастической полугруппы, удовлетворяющей первому уравнению Колмогорова и не удовлетворяющей второму. Рассмотрены также «граничные» условия для уравнений Колмогорова. М. Г. Шур

2 В34. Эквивалентность двух задач абсорбции с непрерывными вероятностями марковского типа, с непрерывным и дискретным временем. Sack R. A. Equivalence of two absorption problems with Markovian transitions and continuous or discrete time parameters. «Proc. Cambridge Philos. Soc.», 1959, 55, № 2, 177—180 (англ.)

Статья посвящена следствию из работы Ледемана (Ledeman W., Proc. Cambridge Philos. Soc., 1950, 46, 581—594; 1951, 47, 626), в которой вычисляются асимптотические вероятности того, что система находится в одном из конечного числа N состояний, если переходы совершаются как марковский процесс с непрерывным временем. Если a_{ij} $(\geqslant 0)$ — вероятность за единицу времени перейти из j-го в i-е состояние, то матрица A может быть записана в одной из двух нормальных форм:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & & & 0 \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_\nu \end{pmatrix}, \quad (1)$$

или

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & & & B_1 \\ & A_2 & & B_2 \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & A_\nu & M \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где A_k, B_k и M — квадратные матрицы с определенными свойствами. Автор рассматривает только те случаи, когда нормальной формой матрицы A является (2). Асимптотическое распределение вероятностей для непрерывного t Ледеман получил в виде $P_\infty = \begin{pmatrix} \omega_1 g_1 \\ \omega_2 g_2 \\ \vdots \\ \omega_\nu g_\nu \end{pmatrix}$, где g_k — векторы-столбцы, а ω_k — скаляры. Формула, которой удовлетворяет $\overline{\omega}$, как замечает автор, не меняется, если все переходные вероятности a_{is} умножить на одно и то же число. Выбирая это число соответствующим образом, автор получает для $\overline{\omega}$ разложение, совпадающее с таким же разложением, приведенным у Феллера для процесса с дискретным временем. Этот прием можно использовать, если нужно получить вероятность того, что система перейдет из множества переходных состояний в рекуррентные состояния.

Ю. А. Веретенников

2 В35. Марковские (не аддитивные) стационарные непрерывные случайные процессы с положительными устойчивыми распределениями. Mandelbrot Benoit. Processus stochastiques à loi stable positive, permanents, markoviens, stationnaires (non additifs). «C. r. Acad. sci.», 1960, 250, № 3, 451—453 (франц.)

Автор строит несколько примеров марковских случайных процессов с безгранично делимыми, в частности устойчивыми, распределениями. В добавлении выводится асимптотическая формула для $\log(-\log p(u))$ при $u \to \infty$, где $p(u)$ — плотность крайнего устойчивого закона распределения с показателем $\alpha > 1$. Эта формула вытекает из асимптотической формулы для $p(u)$, полученной референтом (РЖМат, 1956, 3953).

А. В. Скороход

2 В36. Сильно феллеровские процессы. 1. Общие свойства. Гирсанов И. В. «Теория вероятностей и ее применения», 1960, 5, № 1, 7—28 (рез. нем.)

Пусть в локально компактном сепарабельном пространстве E задан марковский процесс X с функцией вероятностей перехода $P(s, x, t, U)$. Процесс X называется сильно феллеровским (в широком смысле), если функция $P(s, x, t, U)$ непрерывна по x. Отмечается (без доказательства), что при широких предположениях диффузионные процессы обладают сильно феллеровским свойством. В статье доказан ряд теорем о непрерывности математических ожиданий $M_{s,x}\eta$ случайных величин η (в терминологии Е.Б. Дынкина). В частности, для однородных непрерывных сильно феллеровских процессов даются условия, при которых функция $M_x f(x_\tau)$, где τ — первый момент выхода из некоторого открытого множества V, непрерывна в окрестности любой фиксированной заранее точки, граничной для V. Исследуются также условия, при которых потенциал функции $f(x)$: $\int_0^\infty M_x f(x_t)\,dt$ существует и непрерывен по x. М. Г. Шур

2 В37. Парная теорема для локально стационарных случайных процессов. Silverman Richard A. A matching theorem for locally stationary random processes. «Communs Pure and Appl. Math.», 1959, **12**, № 2, 373—383 (англ.)

Автор называет случайный процесс $X(t)$, $-\infty<t<\infty$, с $Mx(t)=0$, для которого

$$Mx(t)\,x(t') = \Gamma_1\left(\frac{t+t'}{2}\right)\Gamma_2(t-t'), \qquad (1)$$

локально стационарным (в широком смысле); при условии $\int \Gamma_1(\tau)\,d\tau < \infty$ с вероятностью 1 существуют интегралы (в L_2)

$$y(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int \exp(-i\omega t)\,x(t)\,dt, \quad x(t) = \int \exp(i\omega t)\,y(\omega)\,d\omega.$$

Получена следующая «парная» теорема. Пусть $\gamma_1(\omega)$ и $\psi_1(\tau)$ — неотрицательные интегрируемые функции, $\gamma_2(\tau)$ и $\psi_2(\tau)$ — непрерывные корреляционные функции, тогда для пары функций Γ_1 и Γ_2 (см. (1)) в каждом из следующих четырех случаев будет существовать локально стационарный случайный процесс $X(t)$:

1) $\Gamma_1(\tau) = \gamma_1(\tau)\cdot e^{-a\tau^2}$, $\Gamma_2(\tau) = \gamma_2(\tau)\cdot e^{\frac{-a\tau^2}{2}}$;

2) $\Gamma_1(\tau)$ есть преобразование Фурье от $\psi_2(\tau)\cdot e^{\frac{-a\tau^2}{4}}$, $\Gamma_2(\tau)$ есть преобразование Фурье от $\psi_1(\tau).e^{-a\tau^2}$;

3) $\Gamma_1(\tau) = \gamma_1(\tau)\cdot e^{-a\tau^2}$, $\Gamma_2(\tau)$ есть преобразование Фурье от $\psi_1(\tau)\cdot e^{\frac{-\tau^2}{a}}$;

4) $\Gamma_1(\tau)$ есть преобразование Фурье от $\psi_2(\tau)\cdot e^{\frac{-\tau^2}{4a}}$, $\Gamma_2(\tau) = \gamma_2(\tau)\cdot e^{\frac{-a\tau^2}{4}}$.

Е. Г. Гладышев

2 В38. О стационарных последовательностях случайных величин и эквивалентности в смысле Финетти. Ryll-Nardzewski C. On stationary sequences of random variables and the de Finetti's équivalence. «Colloq. math.», 1957, **4**, № 2, 149—156 (англ.)

Изучаются некоторые фундаментальные свойства стационарных последовательностей случайных величин и, в частности, последовательностей случайных величин, эквивалентных в смысле Финетти. Вместо прямого рассмотрения последовательности случайных величин, заданной согласованным набором конечномерных функций распределения, автор систематически использует соответствующие вероятностные меры, определенные на борелевских множествах в пространстве X, числовых последовательностей $(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ представляющем собой прямое произведение счетного числа действительных прямых, и формулирует в терминах мер в произведении пространств, во-первых, две теоремы о разложимости сохраняющих меру преобразований на неразложимые компоненты, во-вторых, еще две теоремы, представляющие собой перефразировку на языке мер теоремы Хинчина — Дынкина о представимости последовательности случайных величин, эквивалентных в смысле Финетти в виде рандомизированной последовательности независимых и одинаково распределенных случайных величин. Новым фактом является установленная автором равносильность следующих двух определений симметричности мер в пространстве счетных последовательностей X: 1) мера μ называется симметричной, если при любых положительных целых $n_1<n_2<\ldots<n_k<\ldots$ μ инвариантна относительно преобразования

$$\psi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots) = (x_{n_1}, x_{n_2}, \ldots, x_{n_k}, \ldots)$$

(такая μ соответствует последовательности эквивалентных по Финетти случайных величин); 2) мера μ симметрична в узком смысле, если она инвариантна относительно преобразования

$$\psi_2(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots) = (x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}, \ldots),$$

где $i_1, i_2, \ldots, i_k, \ldots$ — любая последовательность различных целых положительных чисел. В. М. Волков

2 В39. Дискретные периодические наблюдения. Fortet R. Observations discretes periodiques. «Trab. estadist.», 1959, **10**, № 3, 209—232 (франц.)

Пусть $x(t)$ — стационарный процесс с нулевым математическим ожиданием. Если его спектральная плотность $f(\omega)$ непрерывна в окрестности нуля, то

$$\frac{1}{t}M\left|\int_0^t x(s)\,ds\right|^2 \to 2\pi f(0);\ t\to\infty.$$

Если же $f(\omega)$ непрерывна всюду, а ряд $\sum_{k=0}^{\infty} f(2k\pi/T)$ сходится, то

$$\frac{1}{n}M\left|\sum_{k=0}^{n-1} x(kT)\right|^2_{n\to\infty} \to \frac{2\pi}{T}\sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{2k}{T}\right) \equiv \frac{\sigma_T^2}{T}$$

(T — произвольное фиксированное). σ_T^2 эффективно вычислена в случае, когда $f(\omega)$ дробнорациональна, и известно ее разложение на элементарные дроби. При некоторых ограничениях на $f(\omega)$ изучено поведение σ_T для $T\to 0$ и $T\to\infty$. В последних параграфах статьи величина σ_T вычисляется приближенно для стационарного процесса $z(t)$, определенного следующим образом: Пусть $y(t)$ — марковский процесс с конечным числом состояний $1, 2, \ldots, r$. Пусть при любом t $P\{y(t)=j\}\equiv\pi_j$; $j=\overline{1,r}$. По определению $z(t)=\lambda_j$, если $y(t)=j$, где $\lambda_1, \ldots, \lambda_r$ — произвольные фиксированные вещественные числа. Р. Ф. Матвеев

2 В40. Применение «кусочной» аппроксимации в исследованиях надежности и статистических экспериментах. Gray Harry J., Jr. An application of piecewise approximations to reliability and statistical design. «Proc. IRE», 1959, **47**, № 7, 1226—1231 (англ.)

Если случайная величина выражается, как взвешенная сумма других случайных величин с распределениями, которые кусочно аппроксимируются, например, полиномами, то распределение случайной величины легко получить с помощью алгорифма, излагаемого в статье. Резюме автора

2 В41. Стохастические аппроксимационные методы. Fabian Václav. Stochastic approximation methods. «Чехосл. матем. ж.», 1960, **10**, № 1, 123—159 (англ., рез. русск.)

Предлагаются две модификации известных стохастических аппроксимационных процессов. Первая модификация состоит в применении вместо обычной схемы $X_{n+1} = X_n + \alpha_n Y_n$ (где Y_n — оценка для $R(X_n)$, R — функция регрессии), схемы $X_{n+1} = X_n + \alpha_n \operatorname{sign} Y_n$, вторая включает дополнительное определение величины α_n на каждом шаге процесса по правилу $\alpha_n = ja$, ja определяется из условия $V_1 > V_2 > \ldots > V_{j-1} > V_j \leqslant V_{j+1}$, где V_j есть оценка для $R(X_n + jaY_n)$. В ряде случаев, предлагаемые схемы обеспечивают более быструю сходимость процесса к искомому решению. Исследованы условия сходимости с вероятностью 1 модификаций, проведено сравнение сходимости модификаций и обычных схем. В. А. Михайлов

2 В42. О некоторых возможных способах измерения энтропии дискретных и непрерывных источников сообщений. Долуханов М. П. «Радиотехн. и электроника», 1959, 4, № 4, 559—565

Подробно выводится хорошо известное выражение для дифференциальной энтропии многомерного нормального распределения. Кроме того, делается ряд замечаний о методах вычисления энтропий реальных последовательностей. Р. Л. Добрушин

2 В43. О новом аксиоматическом обосновании теории вероятностей. Rényi Alfred. On a new axiomatic foundation of the theory of probability. «Proc. Internat. Congr. Mathematicians 1954», Amsterdam. Vol. 1. Croningen — Amsterdam, 1957, 506—507 (англ.)

2 В44. О сумме независимых k-мерных прямоугольно-распределенных величин. Azorin Francisco. On the sum of independent k-dimensional rectangular variates. «Proc. Internat. Congr. Mathematicians 1954», Amsterdam. Vol. 1. Groningen — Amsterdam, 1957, 501—502 (англ.)

2 В45. Сходимость по распределению случайных процессов. Ле-Кам Люсьен (Le Cam L.) «Математика Период. сб. перев. ин. статей», 1960, 4, № 3, 107—142

См. РЖМат, 1958, 1360.

2 В46. Исследование корреляции между двумя векторными случайными полями. Souriau Jean—Marie Chastenet de Géry Jérôme. Étude de la corrélation de deux espaces vectoriels aléatoires. «Proc. Internat. Congr. Mathematicians 1954», Amsterdam. Vol. 1. Groningen — Amsterdam, 1957, 503—504 (франц.)

2 В47. Примечания к теории обобщенных случайных процессов. Урбаник К. «Тр. 3-го Всес. матем. съезда», 1956. Т. 4. М., АН СССР, 1959, 192

2 В48. Существование стационарных мер для некоторых марковских процессов. Харрис Т. Е. (Harris T. E.), «Математика. Период. сб. перев. ин. статей», 1960, 4, № 1, 131—143

См. РЖМат, 1958, 5928.

2 В49. Стационарные случайные обобщенные процессы. Ито Киёси (Itô K.), «Математика. Период. сб. перев. ин. статей», 1957, 1, № 3, 139—151

См. РЖМат, 1959, 11291.

2 В50. Явления флюктуации и стохастические процессы. Domb C. Fluctuation phenomena and stochastic processes. «Nature (Engl.)», 1959, 184, № 4685, 509—512 (англ.)

2 В51. Исследования по теории цепей Маркова. Гай-Лай Шун (Chung K. L.), «Математика. Период. сб. перев. ин. статей», 1958, 2, № 4, 137—148

См. РЖМат, 1956, 3965.

2 В52. Исследования по теории цепей Маркова. II. Гай-Лай Шун (Chung K. L.), «Математика. Период. сб. перев. ин. статей», 1959, 3, № 1, 91—110

См. РЖМат, 1956, 3966.

2 В53. О некоторых связях между теорией вероятностей и дифференциальными и интегральными уравнениями. Кац М. (Kac M.), «Математика. Период. сб. перев. ин. статей», 1957, 1, № 2, 95—124

Перевод из Proc. Sec. Berkeley Sympos, Math. Stat. and Probl. Berkeley, 1951, 189—215.

2 В54. Вероятность и информация. Jaglom A. M., Jaglom I. M. Wahrscheinlichkeit und Information. Übers. aus dem Russ. Berlin, Dtsch. Verl. Wiss., 1960. 189 S., ill., 9.60 DM «Dtsch. Nationalbibliogr.», 1960, A, № 18, 1253 (нем.)

2 В55. Понятие энтропии в теории вероятностей и его применения в теории передачи по каналам связи. Розенблат-Рот Миллу. «Тр. 3-го Всес. матем. съезда», 1956. Т. 4. М., АН СССР, 1959, 192

2 В56. Понятие информации, ее возможности, ее пределы. Cuzzer Anna. Le concept d'information: ses possibilités, ses limites. 1 Congr. internat. cybernétique. Namur, 1956. Paris, Gauthier—Villars; Namur, Assoc. internat. cybernétique, 1958, 24—28 (франц.)

2 В57. Замечание об определении количества информации. Chiang Tse-Pei. Remark on the definition of the quantity of information. «Amer. Math. Soc. Translat», 1959, 12, 247—250 (англ.)

См. РЖМат, 1959, 4020.

2 В58. Определение энтропии в теории вероятностей. Dionísio J. J. A definição de entropia em cálculo das probabilidades. «Gaz. mat.», 1959, 20, № 74-75, 1—7 (порт.)

2 В59. Метод Монте-Карло. Dalenius Tore. Monte Carlo-metoden. Statens naturvet. forskningsråds årsbok. 1960. Årg. 13. Stockholm, 1960, 264—279 (шведск.; рез. англ.)

2 В60 К. Введение в теорию вероятностей. Mikeš Miroslav. Úvod do počtu pravděpodobnosti. Praha, SNTL, 1959, 120 s., 8,40 Kčs. «Bibliogr. katal. ČSR. České knihy», 1959, № 51, 1209 (чешск.)

2 В61 К. Вероятность и информация. Изд. 2-е, переработ. и доп. Яглом А. М., Яглом И. М. М. Физматгиз, 1960, 315 стр., илл., 5 р. 40 к.

2 В62 Д. Предельные теоремы для ветвящихся случайных процессов с несколькими типами частиц. Чистяков В. П. — Автореф. дисс. канд. физ.-матем. н., МГУ, М., 1960

2 В63 Д. Аддитивные функционалы от марковских процессов и случайная замена времени. Волконский В. А. — Автореф. дисс. канд. физ.-матем. н., МГУ, М., 1960

2 В64 Д. О связи свойств многомерных стационарных процессов со свойствами их спектральных матриц. Матвеев Р. Ф. — Автореф. дисс. канд. физ.-матем. н., Матем. ин-т АН СССР, М., 1959

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

2 В65. Об эффективности выборки с переменными вероятностями и возвращением изделий. Zarkovic S. S. On the efficiency of sampling with varying probabilities and the selection of units with replacement. «Metrika», 1960, 3, № 1, 53—60 (англ.; рез. нем.)

Рассматривается выборка объема n из совокупности N изделий для оценки $\bar{X} = \sum_{i=1}^{N} X_i$, где X_i — значение некоторой характеристики для i-го изделия. i-е изделие при каждом выборе может быть извлечено с вероятностью p_i. Тогда оценкой $\bar{x}$ для $\bar{X}$ будет выражение $\bar{x} = \frac{1}{nN} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{p_i}$, где x_i — значение характеристики для i-го изделия в выборке, а p_i — вероятность выбора этого изделия. Дисперсия $\bar{x}$ равна $\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{1}{nN^2} \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{X_i^2}{p_i} - \bar{X}^2 \right]$. Разложением последнего

выражения по формуле Тейлора получается приближенная формула

$$M\sum_{i=1}^{N}\frac{X_i^2}{p_i}\approx N\sum_{i=1}^{N}X_i^2\left[N\sum p_i^2-V_{x^2p}\right],$$

$$V_{x^2p}=\frac{\sigma_{x^2p}}{Mx^2\,Mp},$$

на основании которой рассматриваемый метод сравнивается с некоторыми другими методами.

И. Н. Коваленко

2 В66. Приближенные выражения для условных по малому интервалу среднего и дисперсии для непрерывного распределения. Ekman Gunnar. Approximate expressions for the conditional mean and variance over small intervals of a continuous distribution. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 4, 1131—1134 (англ.)

Для условного среднего (по интервалу (y, x)) $\mu(y, x)=\int_y^x tf(t)\,dt\cdot\left[\int_y^x f(t)\,dt\right]^{-1}$ и дисперсии $\sigma^2(y, x)$ распределения с достаточно гладкой плотностью $f(t)$ получены разложения в строку Тейлора до членов порядка $(x-y)^4$. Они применяются для приближенного решения одной задачи из теории выборок по слоям.

А. М. Каган

2 В67. О группировке данных в целях получения максимальной однородности. Fisher Walter D. On grouping for maximum homogeneity. «J. Amer. Statist. Assoc.», 1958, **53**, № 284, 789—798 (англ.)

Дана совокупность из k элементов, причем с каждым элементом связаны два числа: вес w_i и числовая мера a_i. G — положительное целое число, $G<k$. Найти практический способ отыскания группировки данных k элементов в G групп, чтобы взвешенная сумма квадратов $D=\sum_{i=1}^{k}w_i(a_i-\bar{a}_i)^2$ была минимальной. $\bar{a}_i$ — взвешенное арифметическое среднее той группы, к которой принадлежит a_i. Обсуждаются два варианта этой задачи: 1) на искомое разбиение не накладывается никаких предварительных условий; 2) существуют заданные a priory условия, которым должен удовлетворять искомый способ разбиения. В обоих случаях задачу предлагается решать при помощи быстродействующих вычислительных машин, используя некоторые соображения для сокращения числа вариантов, которые машина должна просмотреть. В приложении доказывается, что если при $i<j$, $a_i<a_j$ нужно рассматривать только смежные разбиения, т. е. удовлетворяющие условию: если при $i<j<k$ элементы a_i и a_k принадлежат одной группе, то и a_j должен принадлежать этой же группе. Приведены примеры решения задач.

Ю. А. Веретенников

2 В68. Теория выборки с вероятностями, пропорциональными заданным значениям. Yamamoto Sumiyasu. On the theory of sampling with probabilities proportionate to given values. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1955, **7**, № 1, 25—38 (англ.)

Пусть имеется генеральная совокупность π объема N, состоящая из R классов π_i $(i=1,\ldots,R)$, каждый из которых в свою очередь состоит из M_i групп A_{ij} $(j=1,\ldots,M_i)$ по N_{ij} элементов $\omega_{ijk}(k=1,\ldots,N_{ij})$. ξ_{ijk} обозначает некоторую характеристику элемента ω_{ijk}. Все рассмотрения относятся к оценке среднего генеральной совокупности $\theta=1/N\sum_{i=1}^{R}\sum_{j=1}^{M_i}\sum_{k=1}^{N_{ij}}\xi_{ijk}$.

Изучается следующая двухступенчатая выборочная процедура. На первой ступени в каждом из классов π_i выделяется некоторое число m_i $(1\leqslant m_i\leqslant M_i)$ групп, на второй — в каждой из выделенных групп выбирается некоторое число n_{ij} $(1\leqslant n_{ij}\leqslant N_{ij})$ элементов и отмечаются их характеристики ξ_{ijk}. На основании полученных величин ξ_{ijk} строится оценка для θ. На второй ступени выбор каждого элемента группы равновероятен, на первой ступени выбор m_i из M_i групп регулируется вероятностным распределением $p_{i\alpha}$ $\left(\alpha=1,\ldots,\binom{M_i}{m_i}\right)$ на множестве всех $\binom{M_i}{m_i}$ комбинаций m_i различных групп, принадлежащих π_i. При заданных $p_{i\alpha}$ в достаточно широком классе так называемых квазилинейных оценок θ находится наилучшая (состоятельная несмещенная оценка с минимальной дисперсией). Полученные оптимальные оценки для случаев, когда $p_{i\alpha}=1\Big/\binom{M_i}{m_i}$ и когда $p_{i\alpha}$ пропорционально сумме объемов групп, входящих в комбинацию, занумерованную индексом α, сравниваются между собой. Выясняется, что в случае неодинаковых объемов групп последняя предпочтительней во многих важных для практики случаях. Далее находится распределение вероятностей $p_{i\alpha}$, оптимальное в том смысле, что оно минимизирует дисперсию наилучшей оценки. Отсюда в качестве следствия получаются условия, при которых оптимальны выборочные процедуры с $p_{i\alpha}=1\Big/\binom{M_i}{m_i}$ и с $p_{i\alpha}$, пропорциональными сумме объемов групп, входящих в комбинацию, занумерованную α.

Ю. И. Максимов

2 В69. Распределения членов упорядоченной выборки. Clark Charles E., Williams G. Trevor. Distributions of the members of an ordered sample. «Ann. Math. Statistics», 1958, **29**, № 3, 862—870 (англ.)

Из совокупности с распределением $F(x)$ и плотностью $F'(x)$ производится случайная выборка, в которой x_m и x_n — соответственно m-я и n-я порядковые статистики. Предметом работы являются моменты случайной величины x_m и (x_m, x_n). Если

$$F^{-1}(x)=\sum_{i=0}^{r}a_i(x-p)^i, \qquad (1)$$

то получается точное выражение для моментов x_m в виде бесконечных рядов. Затем оказывается, что несколько членов этих рядов дают хорошее приближение к моментам, если только правая часть (1) есть начало разложения в ряд Тейлора функции $F^{-1}(x)$ вблизи точки $x_p=F^{-1}(p)$. Моменты совместного распределения (x_m, x_n) выглядят аналогично. В качестве примера приложения вычисляется эффективность медианы как оценки средней нормальной совокупности и сравнивается с точными результатами, которые авторы вычислили для выборок объемов 3, 5 и 7. Согласие хорошее. Другой пример — вычисление ковариации x_m и x_n.

J. Oderfeld

2 В70. Несмещенная оценка с минимальной дисперсией для усеченного распределения Пуассона. Tate R. F., Goen R. L. Minimum variance unbiased estimation for the truncated Poisson distribution. «Ann. Math. Statistics», 1958, **29**, № 3, 755—765 (англ.)

Случайная величина с функцией распределения:

$$q(x;\lambda,c)=e^{-\lambda}\lambda^x\Big/\left(x!\sum_{i=c+1}^{\infty}e^{-\lambda}\lambda^i/i!\right),$$

$$x=c+1,\ c+2,\ \ldots,$$

называется усеченной пуассоновской величиной. Плакетт (РЖМат, 1955, 2783) в предположении $c=0$ построил оценку $\lambda^*=1/n\sum x_k$, где суммирование распространяется на $x_k\geqslant 2$. Авторы доказывают, что для $c=0$ (этот случай является практически наиважнейшим) наиболее эффективная оценка имеет вид: $\tilde{\lambda}_0(t)=t/n\,C(n, t)$, где t есть сумма выборочных зна-

чений, а $C(n,t)=1-\mathfrak{S}^{n-1}_{t-1}/\mathfrak{S}^n_t$, где $\mathfrak{S}^n_t$ —числа Стирлинга второго рода:

$$\mathfrak{S}^n_t=\frac{(-1)^n}{n!}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{n}{k}(-1)^k k^t,\ t=n,\ n+1,\ \ldots$$

В работе приводится весьма обширная таблица $C(n,t)$. Кроме того, авторы рекомендуют для некоторых значений n, t приближенную оценку: $\left[1-\left(\frac{n-1}{n}\right)^{t-1}\right]\frac{t}{n}$. В общем случае ($c>0$) авторы находят несмещенную эффективную оценку $\tilde{\lambda}_c(t)=t\mathfrak{G}^c_{n,t-1}/\mathfrak{G}^c_{n,t}$, где $\mathfrak{G}$ означают некоторые обобщения чисел Стирлинга. Об общих таблицах $\mathfrak{G}$ авторы не упоминают, довольствуясь указанием для $c=1$, когда можно использовать существующие таблицы (Jordan Ch., Calculus of finite differences, Chelsea, New York, 1950). J. Oderfeld

2 В71. Экстремальное значение обобщенных расстояний выборочных точек в многомерной нормальной выборке. Siotani Minoru. The extreme value of the generalized distances of the individual points in the multivariate normal sample. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1959, 10, № 3, 183—208 (англ.)

Пусть $\mathbf{y}'_\alpha=(y_{1\alpha}, y_{2\alpha}, \ldots, y_{p\alpha})$ $(\alpha=1,2,\ldots,N)$ — N p-мерных векторов, имеющих p-мерное нормальное распределение $(o', \gamma\Lambda)$ $(\gamma>0)$. Векторы $\mathbf{y}'_\alpha$, $\mathbf{y}'_\beta(\alpha\neq\beta)$ между собой коррелированы с матрицей ковариаций $\delta\Lambda$; Λ — симметрическая, положительно определенная матрица и $\gamma>|\delta|$. В статье даны методы приближенного вычисления распределения статистик:

$$\hat{X}^2_{\max}=\max_\alpha\{\mathbf{y}'_\alpha\Lambda^{-1}\mathbf{y}_\alpha\},$$

$$\hat{T}^2_{\max}=\max_\alpha\{\mathbf{y}'_\alpha\mathbf{L}^{-1}\mathbf{y}_\alpha\},$$

$$R^2_{\max}=\max_{\alpha<\beta}\{(\mathbf{x}_\alpha-\mathbf{x}_\beta)'\Lambda^{-1}(\mathbf{x}_\alpha-\mathbf{x}_\beta)\},$$

$$\mathrm{R}^2_{\max}=\max_{\alpha<\beta}\{(\mathbf{x}_\alpha-\mathbf{x}_\beta)'\mathbf{L}^{-1}(\mathbf{x}_\alpha-\mathbf{x}_\beta)\},$$

Векторы $\mathbf{x}_\alpha$ — независимая выборка объема n из p-мерного нормального распределения $(\mathbf{m}', \Lambda)$. Матрица $\mathbf{L}$ — несмещенная оценка Λ, основанная на ν степенях свободы и статистически не зависимая от $\mathbf{x}_\alpha$. Приведены значения $\hat{X}^2_{\max}$ и $\hat{T}^2_{\max}$ для 1; 2,5 и 5%-ных уровней при различных значениях n и ν. П. А. Строганов

2 В72. О выборках из дискретной равномерно распределенной совокупности: размах. Salvemini Tommaso. Sui campioni di una massa discreta equidistribuita: il campo di variazione. «Statistica», 1958, 18, № 1, 3—41 (итал.)

В первой части изучается случайная величина w — размах выборки объема N из генеральной совокупности (г. с.), состоящей из H последовательных натуральных чисел. Показано, что $P(w=x)=(H-x)\binom{x-1}{N-2}\Big/\binom{H}{N}$, подсчитаны моменты до четвертого порядка, найдены величины

$$Mw=(N-1)(H+1)/(N+1),$$

$$Dw=2(H-N)Mw/(N^2+3N+2)$$

и мода распределения $E[H(N-2)/(N-1)+1]$. Так как стандарт г. с. $\sigma_H=\sqrt{(H^2-1)/12}$, то часто используемое в практике отношение Mw/σ_H имеет значение $(N-1)\sqrt{12(H+1)}/[(N+1)\sqrt{H-1}]$. Для некоторых значений H и N приводятся таблицы указанных величин и также некоторых квантилей (1%, 5%, 10%, 90%, 95%, 99%) распределения, подчеркивается отличие от случая нормально распределенной г. с. Во второй части предполагается, что $H=Kh$, причем каждое из K последовательных натуральных чисел встречается в г. с. h раз. Тогда при $h<N$

$$P(w=x)=(K-x)\binom{H}{N}^{-1}\sum_{r=1}^{N-1}\sum_{s=1}^{N-r}\binom{h}{r}\binom{h}{s}\binom{(x-1)h}{N-r-s};$$

при $h\geqslant N$ верхний предел в первой сумме h, во второй $\min(h, N-r)$. Выводятся некоторые приближенные формулы для этой вероятности, изучается связь со случаем, когда г. с. имеет равномерное распределение. В качестве примера рассматривается игра в лото. Приводится библиография (67 назв.) о распределении размаха выборки. Г. К. Энгелис

2 В73. Заметка о факториальных моментах распределения локально максимальных элементов в случайной выборке. Glasgow M. O. Note on the factorial moments of the distribution of locally maximal elements in a random sample. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 2, 586—590 (англ.)

Рассматривается упорядоченная случайная выборка объема n из совокупности действительных чисел. Член этой выборки называется локально максимальным, если он наибольший в ряду, состоящем из k последовательных членов упорядоченной выборки. Пусть $f_k(n,t)$ — число последовательностей первых n положительных целых чисел, которые имеют ровно t локальных k-максимумов. Пусть $\beta^{(r)}=\beta(\beta-1)\ldots(\beta-r+1)$, $\beta^{(0)}=1$, $\beta^{(1)}=\beta$, $E(\beta^{(r)}, n)=\sum_\beta\beta^{(r)}f_k(n,\beta)/n!$. Найдена рекуррентная формула $E(\beta^{(r)}, k+m+1)=(k+m+2)\times$ $\times[H(k)+\sum P_{r-1}(k,\ s)/(k+s+1)(k+s+2)]$, где $P_{r-1}(k,s)=\sum_{\lambda=1}^{r-1}\sum_\gamma\binom{r}{\lambda}E(\beta^{(r-1)},\gamma)[E(\beta^\lambda, k+s-1-\gamma)-$ $-E(\beta^{(\lambda)}, k+s, -1-\gamma)+\sum_{\lambda,\gamma}\left\{r\binom{r-1}{\lambda}E(\beta^{(\lambda)}, k+s-\gamma)-\right.$ $\left.-E(\beta^{(\lambda)}, k+s-1-\gamma)\right\}$, $H(k)=1/(k+1)$ при $r=1$, $H(k)=0$ при $r>1$. Б. Н. Гартштейн

2 В74. Повторение крайних наблюдений. Wilks S. S. Recurrence of extreme observations. «J. Austral. Math. Soc., 1959, 1, № 1, 106—112 (англ.)

Пусть дана выборка объема m из непрерывной популяции с функцией распределения $F(x)$; пусть y обозначает r-е из наибольших наблюдений в этой выборке и пусть n — число дальнейших испытаний, необходимых для того, чтобы получить k наблюдений, которые превышают y. В статье дается функция распределения случайной величины n; также рассматриваются некоторые свойства таких распределений. К. П. Латышев

2 В75. Линейная оценка при цензурированных выборках из многомерного нормального распределения. Watterson G. A. Linear estimation in censored samples from multivariate normal poulations. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 3, 814—824 (англ.)

Пусть $x_{11}<x_{12}<\ldots<x_{1n}$ — упорядоченная выборка из нормального распределения с неизвестным средним значением μ_1 и стандартным отклонением σ_1. Имеет место равенство $Ex_{1l}=\mu_1+u_l\sigma_1$, причем вторые центральные смешанные моменты величин $x_{11},\ldots,x_{1n}$ известны с точностью до некоторого множителя. Итак, для параметров (μ_1, σ_1) можно найти наилучшую линейную оценку вида $\sum_{l\in s}c_lx_{1l}$, где s — определенное подмножество множества чисел $\{1,\ldots,n\}$. Пусть $x_{2(1)},\ldots,x_{2(n)}$ представляют n наблюдений второй величины, упорядоченные таким образом, что значение $x_{2(i)}$

наблюдалось на том же объекте, как и значение x_{1i}. Предполагается, что двумерное распределение двумерной величины (x_1, x_2) является нормальным с параметрами $(\mu_1, \mu_2, \sigma_{12}, \sigma_1^2, \sigma_2^2)$. Опять-таки, $Ex_{2(i)} = \mu_2 + \sigma_{12}\sigma_1^{-1/2}u_i$, однако малость вторых центральных смешанных моментов значений $x_{2(1)}, \ldots, x_{2(n)}$ обусловлена малостью второго центрального смешанного момента σ_{12} или коэффициента корреляции ρ_{12}. Автор сравнивает линейные оценки вида $\sum_{i\in s} c_i x_{2(i)}$ параметров μ_1 и σ_{12}, σ_1, наилучшие при условии, что $\sigma_{12} = \sigma_1\sigma_2$, с оценкой, наилучшей при условии, что $\sigma_{12} = 0$. На численных примерах показано, что в случае, когда $\rho_{12} = \sigma_{12}/\sigma_1\sigma_2$ не является очень близким к единице, оценка при условии $\sigma_{12} = 0$ будет более точной. J. Hájek

2 В76. Некоторые критерии обоснованности статистических выводов. Buehler Robert J. Some validity criteria for statistical inferences. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 4, 845—863 (англ.)

Статистические выводы типа «вероятность того, что A имеет место, равна α» рассматриваются в терминах игры между двумя игроками, один из которых утверждает, что A имеет место, а другой подвергает сомнению обоснованность этого утверждения и предлагает заключить пари, рискуя капиталом $1 - \alpha$, чтобы выиграть α. Как указывает автор, статья не содержит решения каких-либо новых проблем. В. В. Петров

2 В77. О нормировке неполной бета-функции для выравнивания кривых эффекта. Wise M. E. On normalizing the incomplete betafunction for fitting to dose-response curves. «Biometrika», 1960, **47**, № 1-2, 173—175 (англ.)

Показывается, что если функция распределения x есть неполная бета-функция $I_x(p, q)$, то кубический корень от $-\log x$ распределен приблизительно нормально в диапазоне $q \geqslant 2$ и $p \geqslant q$ по крайней мере для $0{,}05 \leqslant \alpha \leqslant 0{,}95$ $(I_x(p, q) = \alpha)$. Это позволяет легко построить кривую эффектов, когда α — вероятность реакции, а x зависит от дозы, причем более простым образом, чем в других известных процедурах. Резюме автора

2 В78. Оценка медиан для зависимых случайных величин. Dunn Olive Jean. Estimation of the medians for dependent variables. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 1, 192—197 (англ.)

Пусть v_1, v_2 — медианы двух зависимых случайных величин y_1, y_2, а $z_{i1} \leqslant z_{i2} \leqslant \ldots \leqslant z_{in}$ $(i = 1, 2)$ — упорядоченная последовательность наблюдений y_i. Предлагается в качестве доверительной области для v_1 и v_2 с коэффициентом доверия $1 - \alpha$ брать прямоугольник со сторонами $(z_{ir}, z_{i, r+s+1})$ $(i = 1, 2)$, где r и s выбираются из условий: $2r + s = n$, $\sum_{j=r}^{r+s}\binom{n}{j}\left(\frac{1}{2}\right)^n = (1 - \alpha)^{1/2}$. Для нормального распределения, когда медиана совпадает со средним значением, предлагаемый метод сравнивается с ранее известными способами построения доверительных интервалов для оценки среднего как при известной, так и при неизвестной дисперсии.

О. Г. Журавлев

2 В79. Заметка о среднем квадратичном последовательных разностей. Rao J. N. K. A note on mean square successive differences. «J. Amer. Statist. Assoc.», 1959, **54**, № 288, 801—806 (англ.)

Изучается среднее квадратичное вторых последовательных разностей

$$\delta_2^2 = (n - 2)^{-1}\sum_{i=1}^{n-2}(x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2,$$

где x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ — члены выборки объема n. Найдены формулы для вычисления первых четырех моментов δ_2^2 в случае произвольной генеральной совокупности с постоянным средним значением. Приводятся таблицы эффективности оценки дисперсии генеральной совокупности средним квадратичным вторых, третьих и четвертых последовательных разностей по сравнению с оценкой, которую дает выборочная дисперсия.

Б. Н. Гартштейн

2 В80. О вычислении дисперсии при статистической обработке результатов малого числа наблюдений. **Урбах В. Ю.** «Докл. АН СССР», 1960, **130**, № 1, 214—216

Пусть $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ — независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону $N(a, \sigma)$. Отмечается известный факт, что величина $\sqrt{n}(\bar{\alpha} - a)/s$ распределена по закону Стьюдента с $n - 1$ степенями свободы, где $\bar{\alpha}$ — среднее и s — дисперсия выборки. Приводятся заимствованные из известных таблиц для распределения Стьюдента таблицы значений величины f_n, определяемой из условия:

$$P\left\{\sqrt{n}\left|\frac{\bar{\alpha} - a}{\sigma}\right| < f_n\right\} = 0{,}683 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-1}^{+1} e^{-x^2/2}\,dx.$$

Отмечается, что при $n \geqslant 5$ значение f_n хорошо аппроксимируется величиной $f_n^* = \sqrt{(n - 1)/(n - 2)}$.

А. А. Филиппова

2 В81. Свойство полиномиального распределения. Kesten Harry, Morse Norman. A property of the multinomial distribution. «Ann. Math. Statistics», 1959, **30**, № 1, 120—127 (англ.)

Пусть $p_1 \leqslant \ldots \leqslant p_k$ — распределение вероятностей. С этим распределением связаны события $E_1, \ldots, E_k$, причем точное соответствие между событиями E_i и вероятностями p_j $(i, j = 1, \ldots, k)$ неизвестно. В ранней работе (РЖМат, 1960, 5614) рассматривается процедура статистического определения события с наибольшей вероятностью. Вероятность правильного решения по этой процедуре есть некоторая функция $\Phi_k = \Phi(p_1, \ldots, p_k)$. Показывается, что для $p_k \geqslant \theta^* p_i$ $(i = 1, \ldots, k - 1;$ $k \geqslant 2,$ $1 < \theta^* < \infty)$ Φ_k имеет наименьшее значение при $p_1 = \ldots = p_{k-1} = 1/(\theta^* + k - 1)$, $p_k = \theta^*/(\theta^* + k - 1)$.

Л. Я. Савельев

2 В82. Подбор логистической функции методом наибольшего правдоподобия. Hodges J. L., Jr. Fitting the logistic by maximum likelihood. «Biometrics», 1958, **14**, № 4, 453—461 (англ.)

Несколько групп индивидуумов подвергаются действию некоторого стимула в дозах $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Пусть r_i — количество реагировавших индивидуумов из общего количества n_i в i-й группе. Если вероятность реакции на дозу x задается логистической функцией $P(x) = 1/[1 + \exp(-\alpha - \beta x)]$, то величины $s = \sum r_i$ и $t = \sum x_i r_i$ являются достаточными статистиками, поэтому при отыскании оценок наибольшего правдоподобия a и b для неизвестных параметров α и β можно ограничиться функциями, зависящими лишь от s и t. Пусть $l_i = \ln[r_i/(n_i - r_i)]$; если бы точки с координатами (x_i, l_i) лежали на одной прямой, то оценки наибольшего правдоподобия совпадали бы с коэффициентами соответствующего линейного уравнения $l = a + bx$. Отмечается, что в общем случае для вычисления оценок наибольшего правдоподобия можно воспользоваться последовательными приближениями по методу смещения. Согласно этому методу величины r_i следует заменить такими числами (может быть, и не целыми), которые не меняют s и t и для которых соответствующие точки (x_i, l_i) коллинеарны или почти коллинеарны. Величины смещений Δr_i удовлетворяют уравнениям $\sum \Delta r_i = \sum x_i \Delta r_i = 0$. Особенно просто метод смещения осуществляется в случае равноотстоящих доз. При пробит-анализе рекомендуется формально выполнить указанную процедуру

и полученную логистическую функцию принять в качестве исходного приближения для нормальной кривой эффекта. Результаты иллюстрируются числовыми примерами. Л. Н. Большев

2 В83. Распределение моментных оценок. Shenton L. R. The distribution of moment estimators. «Biometrika», 1959, 46, № 3-4, 296—305 (англ.)

Пусть $P(x, \theta)$ — функция распределения случайной величины x, где θ — параметр, подлежащий оценке. Моментная оценка q-го порядка для Θ удовлетворяет некоторому детерминантному уравнению, включающего выборочные моменты и их ожидания до q-го порядка включительно. Приближенно исследуются распределения таких оценок. Даются выражения для первых 4-х кумулянтов. Для распределений Пуассона, биномиального и нормального, эти оценки совпадают с оценками, даваемыми методами максимума правдоподобия. Автор выводит асимптотические формулы для некоторых выборочных характеристик.

2 В84. О независимых от распределения разделенных статистиках для семейства нормальных распределений. Lukacs Eugene. On distribution-free partition statistics for the normal family. «Bull. Inst. internat. statist.», 1958, 36, № 3, 37—42 (англ.; рез. франц.)

Пусть Ω — семейство функций распределения, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — случайная выборка из генеральной совокупности с функцией распределения $F(x) \in \Omega$. Говорят, что $S(x_1, x_2, \ldots, x_n \mid F)$ — независимая от распределения из Ω статистика, если $P\{S(x_1, x_2, \ldots, x_n \mid F) \leqslant s; F\} = \varphi(s)$ (зависит только от s). Автор называет S разделенной статистикой, если $S(x_1, x_2, \ldots, x_n \mid F) = S(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Основу статьи составляет теорема: разделенная статистика S независимо распределена в семействе нормальных распределений $N(\mu, \sigma)$ в том и только в том случае, если $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$ и $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2$ имеют постоянную регрессию на S, т. е. если почти всюду

$$E(\bar{X} \mid S) = E(\bar{X}) \text{ и } E\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \mid S\right) = E\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2\right).$$

Теорема обобщается на случай семейства $\Gamma(\mu, \sigma)$ абсолютно непрерывных функций распределения, зависящих от двух параметров. Подобные теоремы доказаны и для однопараметрических подсемейств распределений $N(\mu, \sigma_0)$ и $N(\mu_0, \sigma_0)$, где σ_0 и μ_0 фиксированы.

Ю. И. Медведев

2 В85. Асимптотические свойства байесовских решений. Le Cam L. Les propriétés asymptotiques des soulutions de Bayes. «Publs Inst. statist. Univ. Paris», 1958, 7, № 3-4, 17—35 (франц.)

Пусть на пространстве X задано семейство распределений P_θ, параметр θ принимает значения из некоторого пространства Θ; задано пространство решений Δ с элементами t и функция убытка $w(t, \theta)$. Под решающей функцией понимается семейство распределений на Δ, F_x, $x \in X$, такое, если случайная величина приняла значение x, то решение выбирается случайно в соответствии с мерой F_x. Если на Θ задана априорная вероятностная мера μ распределения параметра, то средний убыток при пользовании решающей функцией $T \in \{F_x\}$ будет:

$$w(T) = \int_\Theta \int_\Delta \int_X w(t, \theta) F_x(dt) P_\theta(dx) \mu(d\theta).$$

Естественно подбирать решающую функцию так, чтобы этот убыток был минимальным. Пусть имеются последовательности пространств X_n, семейств распределений $P_\theta^{(n)}$, зависящих от одного и того же параметра $\theta \in \Theta$, каждому n соответствует свое пространство решений Δ_n и своя функция убытка: $w_n(t, \theta)$. Последовательность решающих функций $T^{(n)}$ называется асимптотически байесовской для априорного распределения μ, если $\lim_{n\to\infty} (w_n(T^{(n)}) - \inf_{T'} w_n(T')) = 0$ (здесь при каждом n T' пробегает всевозможные решающие функции). Устанавливается, что если $T^{(n)}$ являются асимптотически байесовскими решениями для меры μ, то эта последовательность будет асимптотически байесовским решением для меры ν, для которой существует $d\nu/d\mu(\theta)$ и последовательность функций $\xi_n(x)$ таких, что

$$\lim_{n\to\infty} \int_\Theta \int_{X_n} \left| \xi_n(x) - \frac{d\nu}{d\mu(\theta)} \right| P_\theta^{(n)}(dx) \mu(d\theta) = 0.$$

Рассматривается случай независимых наблюдений с одной и той же регулярной плотностью $p(\theta, x)$ и функцией убытка

$$w_n(t, \theta) = \begin{cases} 0 \text{ при } |t - \theta| \leqslant \alpha/\sqrt{n}, \\ 1 \text{ при } |t - \theta| > \alpha/\sqrt{n}, \end{cases}$$

(Δ и Θ в этом случае совпадают с вещественной прямой), распределение $P_\theta^{(n)}$ является совместным распределением n независимых наблюдений. Показывается, что всякое байесовское решение (в данном случае решение сводится к оценке параметра) отличается от оценки максимального правдоподобия на величину высшего порядка малости, чем $1/\sqrt{n}$. А. В. Скороход

2 В86. Доверительные пределы для отношения коэффициентов регрессии. Bennett B. M. On confidence limits for the ratio of regression coefficients. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1956, 8, № 1, 41—43 (англ.)

С помощью результатов, полученных Баранкиным (Barankin E. W., Proc. First Berkeley Symposium on Math. Statist. and Probability, Univ. California Press, 1949), строится доверительный интервал для отношения коэффициентов регрессии в двух рядах наблюдений, подверженных нормальным случайным ошибкам с неизвестным отношением дисперсий.

Примечание референта. Указанная задача может быть сведена к проблеме Беренса-Фишера. Решение, предложенное автором, не является исчерпывающим решением этой проблемы, так как информация, содержащаяся в ряде наблюдений, используется не полностью. Л. Н. Большев

2 В87. Смещение оценки стандартного отклонения, использующей размах выборки. Shimada Shozo. Bias included in the estimator of standard deviation using range. «Repts Statist. Applic. Res., Union Japan. Scientists and Engrs», 1957, 5, № 1, 20—26 (англ.)

Дается асимптотическое выражение для определения ожидаемой величины размаха в выборке $x_1, \ldots, x_k$, где x_i происходит из совокупности $N(\mu_i, \sigma)$. Далее оценивается смещение оценки стандартного отклонения, производимой по размаху выборки R_k. Приведена таблица ожидаемых значений размахов R_k ($k = 2, 3, \ldots, 10$) в зависимости от μ_i. Хотя при большом k пользование таблицами затруднительно, предложенный метод может быть применен в случаях необходимости уточнения величины смещения оценки стандартного отклонения.

М. А. Куликов

2 В88. Об условиях состоятельности и асимптотической эффективности оценок максимального правдоподобия. Kulldorff Gunnar. On the conditions for con-

sistency and asymptotic efficiency of maximum likelihood estimates. «Skand. aktuarietidskr.», 1957 (1958), № 3-4, 129—144 (англ.)

Изучаются вопросы, связанные с асимптотическим поведением оценки максимального правдоподобия. Предлагаются 3 теоремы, дающие достаточные условия состоятельности и асимптотической эффективности таких оценок. Теорема 1 есть по существу переформулировка известной теоремы Крамера «Математические методы статистики», М., Изд-во ин. лит., 1948, стр. 544), приведенная для сравнения. Теорема 2 представляет некоторое обобщение теоремы Крамера, состоящее в том, что одно из условий Крамера — ограниченность третьей частной производной логарифма плотности вероятности по параметру, т. е.

$$|\partial^3 \log f(x,\theta)/\partial\theta^3| < H(x) \text{ и } \int_{-\infty}^{\infty} H(x) f(x,\theta)\,dx < \infty,$$

заменяется более слабым. Именно существует положительная и дважды дифференцируемая функция $g(\theta)$ такая, что

$$\left|\frac{\partial^2 \log}{\partial\theta^2}\left[g(\theta)\frac{\partial \log f(x,\theta)}{\partial\theta}\right]\right| < H(x)$$

и

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(x) f(x,\theta)\,dx < \infty.$$

Приводится простой пример — оценка дисперсии нормального распределения со средним нуль, для которого не выполняются условия теоремы Крамера, но выполняются условия теоремы 2. Теорема 3 дает новый набор условий, достаточных для состоятельности и асимптотической эффективности, в котором, в отличие от теорем 1 и 2, отсутствуют ограничения, связанные с существованием третьей частной производной плотности по параметру, а для доказательства состоятельности — и с существованием второй производной. Метод доказательства аналогичен методу доказательства теоремы Крамера. Ю. И. Максимов

2 В89. Статистическое исследование коррелированных характеристик. Oderfeld J. Statystyczne badanie na cechy skorelowane. «Zastosow. mat.», 1959, 4, № 3, 255—264 (польск.; рез. русск., англ.)

Пусть (X, Y) — двумерная случайная величина; μ_x и μ_y — средние, σ_x и σ_y — стандартные отклонения соответственно X и Y; ρ — коэффициент корреляции X и Y. Из этих параметров σ_x, σ_y и ρ предполагаются известными, а μ_x и μ_y неизвестны. Требуется по N независимым наблюдениям над X и $n(\ll N)$ независимым наблюдениям над Y построить оценку для μ_y. Подобная задача возникает на практике в том случае, когда измерения над X легко, а над Y трудно осуществимы, и при этом важность представляет именно μ_y. В обозначениях

$$\bar{x}_N = \frac{1}{N}\sum_1^N x_i,\ \bar{x}_n = \frac{1}{N}\sum_1^n x_i,\ \bar{y}_n = \frac{1}{n}\sum_1^n y_i$$

предлагается в качестве несмещенной оценки для μ_y выражение

$$\bar{y}_N = \bar{y}_n - \rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(\bar{x}_n - \bar{x}_N).$$

Если приближенно заменить $\bar{x}_N$ на μ_x, то получится приближенное выражение дисперсии указанной оценки:

$$D^2(\bar{y}_N) \approx \frac{1}{n}\sigma_y^2(1-\rho^2).$$

Критерий, основанный на вычислении $\bar{y}_N$, предлагается в качестве плана приемочного статистического контроля. Для случая, когда (X, Y) — двумерная нормальная случайная величина, в статье приводится функция мощности такого критерия. Последний сравнивается с критерием, основанным на наблюдениях над одними Y. Если стоимость одного наблюдения над X (Y) равна k_1 (k_2), то предлагаемый в статье критерий при обеспечении той же мощности экономически выгоднее, когда $k_2/k_1 > N(1-\rho^2)/(n\rho^2)$. Рассмотрены также некоторые критерии, основанные на том, что сначала делаются наблюдения над X и в зависимости от их результатов планируются наблюдения над Y. И. Н. Коваленко

2 В90. Выборочная ошибка при оценке с помощью регрессии в случае конечной популяции. Jambunathan M. V. Sampling error of the regression estimate when the population is finite. «Proc. 46th Indian Sci. Congr. Assoc.», Dehli, 1959. Part 4. Calcutta, s. a., 10—11 (англ.)

Рассматривается оценка α^* среднего значения α одного признака y совокупности в виде: $\alpha = \bar{y} + b(\beta - \bar{x})$, где β — среднее значение другого признака x; $\bar{y}$ и $\bar{x}$ — выборочные средние; b — выборочный коэффициент регрессии y по x. Приводятся без вывода выражения для дисперсии такой оценки в случае, когда дисперсия y известна, и в случае, когда дисперсия неизвестна. Окончательное приближенное выражение для дисперсии оценки при конечности популяции размера N имеет вид: $s^2\left\{\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)\left(1+\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)\right\}$, где s^2 — выборочная дисперсия при объеме выборки n. Л. Д. Фельдман

2 В91. Комбинирование несмещенных оценок. Graybill Franklin A., Deal R. B. Combining unbiased estimators. «Biometrics», 1959, 15, № 4, 543—550 (англ.)

Пусть $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$ являются независимыми несмещенными оценками для α с дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2. Пусть $\hat{\alpha} = c\hat{\alpha}_1 + (1-c)\hat{\alpha}_2$, $0 \leqslant c \leqslant 1$. Коэффициенты c и $(1-c)$ называются весами. Если дисперсия $\hat{\alpha}$ не превосходит $\min(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ для всех значений σ_1^2 и σ_2^2, то $\hat{\alpha}$ называется равномерно лучшей оценкой для α, чем $\hat{\alpha}_1$ и $\hat{\alpha}_2$. Для получения равномерно лучших оценок приходится прибегать к случайным весам. Пусть x и y нормальны со средним μ и дисперсиями σ_1^2/n_1 и σ_2^2/n_2. Пусть $m_1 s_1^2/\sigma_1^2$ и $m_2 s_2^2/\sigma_2^2$ распределены, как χ^2 с m_1 и m_2 степенями свободы, соответственно. Теорема: Чтобы

$$\hat{\mu} = (n_1 s_2^2 x + n_2 s_1^2 y)/(n_1 s_2^2 + n_2 s_1^2)$$

была несмещенной оценкой для μ и равномерно лучшей, чем x и y, необходимо и достаточно, чтобы $m_1 > 9$ и $m_2 > 9$. Этот результат применяется для оценки эффекта разности обработки в случае схем сбалансированных неполных блоков; оценивается неточность, вызываемая употреблением случайных весов вместо неслучайных для этого случая. О. М. Калинин

2 В92. Об относительной эффективности наилучших оценок, основанных на дважды усеченных и цензурированных выборках. Raja Rao B. On the relative efficiencies of ban estimates based on doubly truncated and censored samples. «Proc. Nat. Inst. Sci. India», 1958, А24, № 6, 366—376 (англ.)

Показывается, что эффективность асимптотически нормальных наилучших оценок в случае дважды усеченного или цензурированного распределения (т. е. в случаях, когда значения признака, выходящие за известные границы или совсем не могут появиться в данной выборке или хотя и появляются в некотором числе, но не измеряются), как правило, меньше чем эффективность таких же оценок при первоначальном (неусеченном или нецензурированном) законе распределения, причем по-

теря информации уменьшается при стремлении точек усечения к концам интервала распределения.

По резюме

2 В93. Смещение и точность оценки максимального правдоподобия параметров нормальной генеральной совокупности по данным односторонне урезанной выборки. Isida Makoto, Tagami Sigemi. The bias and precision in the maximum likelihood estimation of the parameters of normal populations from singly-truncated samples. «Repts Statist. Applic. Res., Union Japan. Scientists and Engrs», 1959, **6**, № 2, 105—110 (англ.)

На основе обработки r данных, наименьших из всех входящих в выборку малого объема $\left(10 \leqslant n \leqslant 50;\ 0{,}1 \leqslant \frac{r}{n} \leqslant 0{,}5\right)$ из нормальной генеральной совокупности (использовались таблицы нормированных нормальных случайных чисел) при значительном числе N повторений эксперимента проводится приближенное вычисление смещений и стандартных отклонений оценок среднего $\hat{\mu}$ и стандартного отклонения $\hat{\sigma}$, полученных методом максимального правдоподобия. Рассматриваются случаи: 1) σ и μ неизвестны; 2) σ известно. Найдены асимптотические формулы ($r \to n$, $N \to \infty$) для точности оценок, практически точные при $n \geqslant 30$. Делается вывод о характере распределения $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$, о необходимости учета их смещения в случае 1). В виде примера использования полученных результатов для обоих случаев находятся несмещенные оценки μ^* и σ^*.

М. Г. Поборцев

2 В94. Измерение эффективности оценок и критериев. Stuart Alan. The measurement of estimation and test efficiency. «Bull. Inst. internat. statist.», 1958, **36**, № 3, 79—86 (англ.; рез. франц.)

Обсуждаются существующие методы измерения эффективностей оценок (э. о.) и критериев (к.). Развитие этих методов происходило неровно: если измерение э. о. возникло вместе с понятием э. о., то методы измерения э. к. возникли значительно позднее. Вследствие этого, а может быть потому, что понятие э. к. более сложно, чем э. о., оно менее известно. Цель этой статьи — суммировать все последние достижения в этой области.

Резюме автора

2 В95. Об одном критерии значимости в биометрических таблицах Пирсона (№ 11). Fisher Ronald. On a test of significance in Pearson's biometrika tables. (No. 11). «J. Roy. Statist. Soc.», 1956, **B18**, № 1, 56—60 (англ.)

Опубликованные Пирсоном и Хартли таблицы для решения проблемы Беренса, развитой Уолшем, являются удобным случаем для конкретного разъяснения идей, которые до этого обсуждались слишком абстрактно. Проблема Беренса заключается в нахождении надлежащего критерия для испытания гипотезы относительно равенства средних в двух нормальных генеральных совокупностях с неизвестными дисперсиями. Тот факт, что неизвестное отношение дисперсий входит в критерий проверки, является сравнительно новым обстоятельством, и сама проблема является пробным камнем для испытания различных теорий статистической проверки гипотез.

Резюме автора

2 В96. Обобщение связи между пуассоновским и χ^2-распределением. Johnson N. L. On an extension of the connexion between Poisson and χ^2 distributions. «Biometrika», 1959, **46**, № 3-4, 352—363 (англ.)

Получено несколько соотношений, связывающих нецентральное χ^2-распределение, нецентральное F-распределение, отрицательное биномиальное и пуассоновское распределение. Вот простейшее из них: пусть $x' = \sum_{l=1}^{\nu} (u_l + a_l)^2$, где $u_1, \ldots, u_\nu$ — независимые нормально распределенные случайные величины со средним 0 и дисперсией 1; a_l — постоянные с $\sum_{l=1}^{\nu} a_l^2 = \lambda$. Тогда при четном ν $P(x' < X) = P\left(\xi - l \geqslant \frac{1}{2}\nu\right)$, где ξ и l — независимые пуассоновские величины со средними соответственно $\frac{1}{2}X$ и $\frac{1}{2}\lambda$. Заменяя $\xi - l$ нормальной случайной величиной со средним $\frac{1}{2}(X - \lambda)$ и дисперсией $\frac{1}{2}(X + \lambda)$, автор аппроксимирует 5%-квантили нецентрального χ^2-распределения; при больших λ эта аппроксимация оказывается довольно хорошей. Особенно хорошие результаты получаются при учете второго члена разложения Грама — Шарлье. Имеется несколько таблиц нецентрального χ^2-интеграла и нецентрального F-интеграла, вычисленных с помощью полученных в работе соотношений.

А. М. Каган

2 В97. Критерий однородности для упорядоченных альтернатив. Bartholomew D. J. A test of homogeneity for ordered alternatives. «Biometrika», 1959, **46**, № 1-2, 36—48 (англ.)

Пусть x_l ($l = 1, \ldots, k$) — результаты независимых наблюдений над нормально распределенной случайной величиной со средними (неизвестными) m_l и дисперсиями σ_l^2. Задача состоит в проверке гипотезы $H_0: m_1 = m_2 = \ldots = m_k$ против альтернативы $H_2: m_1 \geqslant m_2 \geqslant \ldots \geqslant m_k$ (такие задачи встречаются в психологических экспериментах). Метод, основанный на отношении правдоподобия, приводит к критической области $\bar{\chi}_k^2 \geqslant c$, где

$$\bar{\chi}_k^2 = \sum_1^k \frac{1}{\sigma_i^2}(x_i - \bar{x})^2 - \sum_1^k \frac{1}{\sigma_i^2}(x_i - \hat{m}_i)^2,$$

$$\bar{x} = \sum \frac{1}{\sigma_i^2} x_i \Big/ \sum \frac{1}{\sigma_i^2},$$

$\hat{m}_1, \ldots, \hat{m}_k$ — те значения $m_1, \ldots, m_k$, которые максимизируют $\bar{\chi}_k^2$ при условии $m_1 \geqslant m_2 \geqslant \ldots \geqslant m_k$. Автор отмечает, что вопрос об оптимальных свойствах этого критерия неясен. Предлагается простой способ для вычисления $\bar{\chi}_k^2$; найдены распределения $\bar{\chi}_k^2$ (при гипотезе H_0) при $k = 2, 3, 4$ в общем случае и при $k = 5$ в случае равенства σ_l (в примечании при корректуре указано, что результаты Майлеса позволяют исследовать при равных σ_l и случай произвольного k). Приведены таблицы 5%- и 1%-квантилей распределения $\bar{\chi}_k^2$. Рассмотрен также специальный случай, в котором дисперсии неизвестны и подлежат оценке по данным выборки.

А. М. Каган

2 В98. Условные законы распределения; существование и определение достаточной статистики для различения между несколькими законами распределения в пространстве Банаха. Mourier Edith. Lois de probabilité conditionnelles; existence et détermination d'un résumé exhaustif pour la discrimination entre plusieurs lois de probabilité dans des espaces de Banach. «C. r. Acad. sci.», 1958, **247**, № 19, 1552—1554 (франц.)

Утверждается существование и единственность условного распределения вероятностей $\mu_\lambda(A)$ случайной величины X со значениями в сепарабельном рефлексивном пространстве Банаха при условии, что $\lambda(X) = \lambda$, где $\lambda(X)$ — числовая измеримая функция, причем $\mu_\lambda(A)$ удовлетворяет условиям: а) является мерой по A, б) измеримо по λ, в) для всякого борелевского множества B на прямой и борелевского множества A из пространства Банаха имеет место соотношение

$$P\{X \in A,\ \lambda(X) \in B\} = \int_B \mu_\lambda(A)\, d\nu(\lambda),$$

где $\nu(\lambda)$ — функция распределения $\lambda(X)$. Единственность условной вероятности понимается с точностью до значений λ, образующих множество меры нуль относительно распределения $\nu(\lambda)$. Далее утверждается, что, используя существование условных распределений, можно показать, что отношение правдоподобия будет достаточной статистикой для различения нескольких гипотез относительно распределения случайной величины со значениями в сепарабельном рефлексивном пространстве Банаха. А. В. Скороход

2В99. Критерий дисперсий. Ramachandran K. V. A test of variances. «J. Amer. Statist. Assoc.», 1958, 53, № 283, 741—747 (англ.)

Пусть x_{1i} $(i=1,2,\ldots,n_1)$ и x_{2i} $(i=1,2,\ldots,n_2)$ — две независимые выборки из двух совокупностей $N(\mu_1,\sigma_1)$ и $N(\mu_2,\sigma_2)$; s_1^2 и s_2^2 — выборочные дисперсии и, наконец, пусть $\delta^2=\sigma_1^2/\sigma_2$, $F=s_1^2/s_2^2$. Для испытания гипотезы $H_0:\sigma_1=\sigma_2$ против $H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ используется обычный критерий «F»: $F_1\leqslant F\leqslant F_2$, причем для каждого уровня значимости α можно подобрать F_1 и F_2 бесконечным множеством способов. Автор выбирает F_1 и F_2 таким образом, что мощность критерия монотонно возрастает, когда δ^2 удаляется от 1. Аналогичному обсуждению подвергается критерий χ^2, служащий для испытаний гипотез о дисперсиях нормальных совокупностей. В работе приведена таблица для $\alpha=0{,}05$, позволяющая легко применять оба критерия, а также таблица, иллюстрирующая мощность нового теста. J. Oderfeld

2 В100. Отношение фон Неймана. Wallin J. F. E., Driel F. van. Het quotient van von Neumann. «Statist. neerl.», 1960, 14, № 1, 51—56 (гол.; рез. англ.)

Независимость случайных величин можно испытать отношением фон Неймана (Neumann J., Ann. Math. Statistics, 1941, 12, 367—395). Математическое ожидание этой статистики равно 2. Ее распределение можно аппроксимировать нормальным при $n>20$.

Резюме автора

2 В101. Усеченное распределение и проверка гипотез. Aggarwal Om P., Guttman Irwin. Truncation and tests of hypotheses. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 1, 230—238 (англ.)

Рассматривается задача проверки сложной гипотезы $\mu=\mu_0$ и $\mu>\mu_0$ по n независимым наблюдениям случайной величины, имеющей усеченное нормальное распределение с плотностью:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{c}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left[\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] & \text{при } |x-\mu|<a\sigma,\\ 0 & \text{при } |x-\mu|\geqslant a\sigma.\end{cases}$$

Для $n=1,2,3,4$ составлены таблицы, указывающие потери в вероятностях ошибок второго рода (при фиксированных вероятностях ошибок первого рода), если вместо нормального распределения с параметрами (μ,σ) случайная величина имеет распределение с плотностью $f(x)$. О. Г. Журавлев

2 В102. Некоторые приближенные статистические критерии. Moore P. G. Some approximate statistical tests. «Operat. Res. Quart.», 1959, 10, № 1, 41—48 (англ.)

Работа посвящена применению некоторых простых статистических критериев для сравнения двух выборок и определению тренда; иллюстрирована несколькими примерами и таблицами. Библ. 9 назв. Л. Я. Савельев

2 В103. Асимптотически эффективные критерии, основанные на сумме наблюдений. MacKay John H. Asymptotically efficient tests based on the sums of observations. «Ann. Math. Statistics», 1959, 30, № 3, 806—813 (англ.)

Работа тесно примыкает к статье Чернова (Chernoff H., Ann. Math. Statistics, 1952, 23, 493—507). В отличие от указанной статьи, в которой изучается асимптотическая эффективность критериев, основанных на сумме наблюдений, для проверки простой гипотезы, автор рассматривает аналогичную задачу для случая сложной гипотезы. Полученные результаты применяются к исследованию асимптотической эффективности некоторых критериев для проверки сложной гипотезы, связанной с разностью биномиальных вероятностей. В. В. Петров

2 В104. Расширенные таблицы процентных точек t-распределения Стьюдента. Federighi Enrico T. Extended tables of the percentage points of Student's t-distribution. «J. Amer. Statist. Assoc.», 1959, 54, № 287, 683—688 (англ.)

Приводится таблица p-процентных точек распределения Стьюдента, т. е. значений величины t_p, определяемой из условия: $P=\dfrac{p}{100}=\int_{t_p}^{\infty}f(t,n)\,dt$ для малых значений P вплоть до $P=0{,}00001$ включительно для всех $n=1,2,\ldots30$, а также для некоторых больших значений n, включая $n=10\,000$ и $n=\infty$. Через $f(t,n)$ здесь обозначена плотность вероятности распределения Стьюдента с n степенями свободы. Описан метод получения таблиц, а также указано на некоторые ошибки в таблицах журнала Biometrika и в таблицах Р. А. Фишера и Ф. Иейтса (РЖМат, 1959, 5283). А. А. Филиппова

ТЕОРИЯ ИГР, ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА

2 В105. Элементы теории команд. Marschak J. Elements for a theory of teams. «Manag. Sci.», 1955, 1, 127—137 (англ.)

Командой называется группа игроков, каждый из которой принимает отдельное решение, но которые получают общий выигрыш как результат всех этих решений. Определяется «грубый выигрыш» (gross score) как функция от параметров ситуации, решений и от способов связи между игроками. Проблема максимизации «чистого выигрыша», равного «грубому выигрышу» минус стоимость информации, иллюстрируется простым примером. C. C. Torrance

Перевод из Math. Revs, 1956, 17, № 7, 761.

2 В106. Роль теории игр в эконометрике и роль субъективных вероятностей в теории игр. Finetti Bruno de. Rôle de la théorie des jeux dans l'économie et rôle des probabilités personnelles dans la théorie des jeux. «Econométrie». Paris, CNRS, 1953, 49—61. Discuss., 61—63 (франц.)

2 В107. Теория решений для распределений типа Пойа. Случай двух действий. I. Karlin Samuel. Decision theory for Pólya type distributions. Case of two actions. I. «Proc. 3rd Berkeley Sympos. Math. Statistics and Probability. Vol. 1. Berkeley. Los Angeles», 1956, 115—128 (англ.)

Карлин и Рубин (РЖМат, 1958, 4922) изучили форму существенно полных стратегий в случае монотонных отношений правдоподобия и определили форму байесовских и других стратегий. В случае испытания одной альтернативной гипотезы против другой они предполагали, что разность функций потерь меняет свой знак только один раз. Здесь автор отбрасывает это ограничение; однако он рассматривает более частные распределения: экспоненциальное и Пойа. Определяются: форма полных стратегий, байесовские стратегии и условия допустимости. S. S. Wilks

Перевод из Math. Revs, 1957, 18, № 11, 947.

2 В108. Распределения типа Пойа. II. Karlin Samuel. Pólya type distributions. II. «Ann. Math. Statistics», 1957, 28, № 2, 281—308 (англ.)

Ч. 1 см. реф. 2В107. Семейство распределений $P(x,\omega)$, зависящих от вещественного параметра ω, принадлежит классу $\mathfrak{P}_n$, если

$$P(x, \omega) = \beta(\omega) \int_{-\infty}^{x} p(z, \omega)\, d\mu(z),$$

где $p(z, \omega)$ непрерывна по каждому аргументу, $\mu(z)$ — конечная σ-мера и при любом выборе m $(1 \leqslant m \leqslant n)$ и $x_1 < x_2 < \ldots < x_m$, $\omega_1 < \omega_2 < \ldots < \omega_n$, выполнены неравенства

$$\begin{vmatrix} p(x_1, \omega_1), \ldots, p(x_1, \omega_m) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ p(x_m, \omega_1), \ldots, p(x_m, \omega_m) \end{vmatrix} \geqslant 0.$$

Если n может быть выбрано произвольно большим, то распределение принадлежит классу $\mathfrak{P}_\infty$. Указаны некоторые условия (в детерминантной форме) принадлежности распределения типу Пойа, а также некоторые их свойства. Для распределений типа Пойа рассматривается ряд задач математической статистики: несмещенные статистики, мощность критериев и пр. Показывается, что всегда существуют в указанных условиях равномерно наиболее мощные несмещенные оценки и они могут быть явно построены. Б. В. Гнеденко

2 В109. Распределения типа Пойа. III. Допустимость для проблем нескольких решений. Karlin Samuel. Pólyatupe distrifutions, III: admissibility for multi-action problems. «Ann. Math. Statistics», 1957, 28, № 4, 839—860 (англ.)

Работа является продолжением серии работ автора, посвященных применению теории решающих функций к изучению статистических задач для случая распределений типа Пойа (реф. 2В107, 2В108). Приводится несколько вариантов весовых функций, при которых так называемые монотонные процедуры являются допустимыми решениями для проблемы статистического решения (в смысле Вальда), где возможные распределения задаются плотностями с монотонными отношениями правдоподобия, и множество окончательных решений конечно. Л. Я. Савельев

2 В110. Распределения типа Пойма. IV. Некоторые принципы выбора единственной процедуры из полного класса. Karlin Samuel. Pólya type distributions. IV. Some principles of selectinga single procedure from a complete class. «Ann. Math. Statistics», 1958, 29, № 1, 1—21 (англ.)

I—III части см. реф. 2В107—2В109. Пусть имеется случайная величина X с функцией распределения, зависящей от неизвестного параметра w. Можно сделать выбор между n решениями, причем известен убыток $L_i(w)$, получаемый в результате принятия i-го решения $(i = 1, 2, \ldots, n)$, если значение параметра равно w. Рассматриваются некоторые принципы, обеспечивающие единственность процедуры $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x))$, где $\varphi_i(x)$ — вероятность принятия решения i при выборке x, в классе так называемых «монотонных» процедур, при известных ограничениях, накладываемых на функцию распределения. С. С. Кислицын

2 В111. Метод порога в линейном программировании. Kelley J. E., Jr. A threshold method for linear programming, «Naval Res. Logist. Quart.», 1957, 4, № 1, 35—45 (англ.)

Пара двойственных задач линейного программирования приводится к «нормализованному» виду: 1. Найти x_i, y_i, минимизирующие $\sum_j c_j x_j + M \sum_j y_i$ при условиях $x_i, y_j \geqslant 0$, $\sum_j x_j + \sum_i x_i = 1$, $\sum_j x_j P_j + \sum_i y_i e_i = P_0$. 2. Найти w_0, w^T, максимизирующие $w_0 + w^T P_0$ при условиях $w_0 + w^T P_j \leqslant c_j$, $w_0 + w^T e_i \leqslant M$. Обе эти задачи имеют допустимые решения. (Здесь P_j — столбцы матрицы $\| a_{ij} \|$, $a_{ij} > 0$, $\sum_i a_{ij} = 1$, $e_i = \delta_{ki}$, c_j и w_0 — скаляры, w — m-мерный столбец, T — знак транспонирования, $M \gg \max_j c_j$; $i, k = 1, \ldots, m$; $j = 0, 1, \ldots, n$). Линейная форма задачи 1 переписывается в виде

$$\sum_j (c_j - w^T P_j - w_0) x_j + \sum_i (M - w^T e_i - w_0) y_i,$$

где w_0, w^T — допустимое решение задачи 2. Предполагается, что x_j и y_i — функции w и $r > 0$ («порог»), обладающие свойствами: а) $x_j(w, r) \geqslant 0$, $y_i(w, r) \geqslant 0$; б) $\sum_j x_j(w, r) + \sum_i y_i(w, r) = 1$; в) $x_j(w, r) = 0$ при $c_j - w^T P_j - w_0 \geqslant r$ и $y_i(w, r) = 0$ при $M - w^T e_i - w_0 \geqslant r$. (Существование таких функций легко доказать). Рассматривается система

$$\sum_j a_{ij} x_j(w, r) + y_i(w, r) = a_{i0} \quad (i = 1, \ldots, m). \qquad (1)$$

Если $\bar{w}, \bar{r}$ удовлетворяют системе (1), то $\bar{w}_0 + \bar{w}^T P_0 \leqslant \sum_j c_j x_j(\bar{w}, \bar{r}) + M \sum_i y_i(\bar{w}, \bar{r}) \leqslant \bar{r} + \bar{w}_0 + \bar{w}^T P_0$ и при $r \to 0$ соответствующие допустимые решения стремятся к оптимальным решениям задач 1 и 2. Более того, существует такое $r_0 > 0$, что для всех $r \in (0, r_0)$ соответствующее решение системы (1) дает оптимальное решение для задачи 1. Связанные с этим подходом чисто вычислительные вопросы находятся в стадии разработки. Однако автор указывает, что этот метод должен давать быструю сходимость и окажется особенно полезным при нахождении по известному решению задачи 1 решения той же задачи с измененными условиями или же при нахождении по решению задачи 2 решения задачи 1. А. А. Корбут

2 В112. Варианты венгерского метода для решения задач о назначениях. Kuhn H. W. Variants of the Hungarian method for assignment problems. «Naval Res. Logist. Quart.», 1956, 3, № 4, 253—258 (англ.)

Предложена некоторая модификация первого этапа (отыскание минимального покрытия матрицы) «венгерского метода» (РЖМат, 1958, 4002) для решения задач о назначениях. Описана геометрическая модель, позволяющая в терминах теории графов интерпретировать и сравнивать предложенные различными авторами (Кун, Форд — Фулкерсон, Холл, Манкрес) методы решения задачи о назначениях и сходных с ней задач. А. А. Корбут

2 В113. Применение методов линейного программирования при определении оптимальных размеров партий. Manne Alan S. Programming of economic lot sizes. «Manag. Sci.», 1958, 4, № 2, 115—135 (англ.)

На протяжении T периодов времени нужно выпускать m деталей, потребности в которых на каждый период заданы. Рассматриваемая задача отличается от известной задачи о сглаживании, тем, что в затраты на производство включена постоянная непропорциональная часть, не зависящая от размера партии (например, подготовительно-заключительное время, административные расходы и т. п.). Так, затраты на производство x_t единиц продукции считаются равными не ax_t, а $ax_t + b\delta_t$, где $\delta_t = 1$ при $x_t > 0$ и $\delta_t = 0$ при $x_t = 0$. Задачи такого типа не являются задачами линейного программирования; эффективный подход к ним пока не найден. Автор предлагает заменить эту задачу следующей задачей линейного программирования, целью решения которой является выполнение программы при минимизации сверхурочного рабочего времени: минимизировать $\sum_{t=1}^{T} l_t$ при условиях $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ijt} x_{ij} - l_t \leqslant S_t$, $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$, $x_{ij} \geqslant 0$, $0 \leqslant l_t \leqslant V_t$. Здесь x_{ij} — доля программы по i-м деталям, даваемая j-м процессом, l_t — число сверхурочных часов в период t, β_{ijt} — технологические коэффициенты, выраженные в рабочем времени; S_t —

фонды времени и V_t — фонды сверхурочного времени в период t. Постановка задачи пояснена небольшим примером. Автор производит укрупнение модели, объединяя в группы те детали, для которых программы пропорциональны, а отношения подготовительно-заключительного времени к общему времени обработки партии примерно равны. Приведен решенный симплекс-методом пример ($T=3$, 5 групп деталей). Дано обсуждение полученных результатов. Показано, что в решении поставленной задачи линейного программирования все x_{ij} оказываются равными 0 или 1, за исключением разве лишь T штук; поэтому предлагаемая модель дает вполне удовлетворительное приближение к реальным задачам в случае $m \gg T$. (Дело в том, что дробные x_{ij}, означая раздробление партии между двумя процессами, дают лишнюю добавку затрат, равную b). В приложении исследованы свойства „доминирования" для различных производственных графиков по одной детали. Дальнейшее продвижение в изучении подобных задач требует привлечения идей целочисленного линейного программирования.

А. А. Корбут

2 В114. Решение задачи о наборе рабочих методом последовательного уменьшения числа переменных. Votaw D. F., Jr. Solution of the quota problem by a successive-reduction method. «Operat. Res.», 1958, **6**, № 1, 56—64 (англ.)

Потребности в рабочей силе для каждого из n видов работы равны соответственно $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Возможно ли удовлетворить эти потребности, имея n лиц известной квалификации, и, если возможно, то как это сделать? Кратко описан метод решения указанной задачи. Приведены решения для $n=2, 3$ и числовой пример для $n=5$.

С. С. Кислицын

2 В115. Линейное программирование и анализ предельной пластичности структур. Dorn W. S., Greenberg H. J. Linear programming and plastic limit analysis of structures. «Quart. Appl. Math.», 1957, **15**, № 2, 155—167 (англ.)

Для анализа предельной пластичности структур требуется, согласно вариационным принципам Гринберга и Прагера (Greenberg H. J., Prager W., Proc. ASCE, (Feb. 1951), **77**, Sep. № 59), найти экстремум некоторой линейной формы при линейных ограничениях, налагаемых на переменные. Тем самым задачи анализа предельной пластичности сводятся к задачам линейного программирования. Авторы указывают три основных типа задач линейного программирования, к которым сводятся задачи теории пластичности. Для решения этих задач используются обычные методы линейного программирования, которые несколько видоизменяются с учетом специфики этих задач. Рассмотрен пример.

Л. И. Горьков

2 В116. Виртуальная работа, линейное программирование и анализ предельной пластичности. Charnes A., Lemke C. E., Zienkiewicz O. C. Virtual work, linear programming and plastic limit analysis. «Proc. Roy. Soc.», 1959, **A251**, № 1264, 110—116 (англ.)

Сформулированы в виде двойственных задач линейного программирования статические и кинематические принципы пластического разрушения.

Л. И. Горьков

2 В117. Оптимальные размеры партий для частей, используемых в производстве самолетов. Chambers John C., Bond Angus F., Leake James H. Optimum lot sizes for parts used in aircraft production, «Operat. Res.», 1958, **6**, № 3, 385—398 (англ.)

Задача состоит в нахождении оптимальных размеров партий, дающих минимальные суммарные издержки на производство и хранение. Предложен метод вычисления включения в издержки также высоких в задачах подобного типа затрат, связанных с износом частей. Математически задача сводится к нахождению размеров партий y_t при условии $\sum_{i=1}^{N} y_t = Y$ так, чтобы минимизировать $C=\sum_{i=1}^{N} C_i(y_i)$, где C_i — издержки. Для этой задачи легко пишется уравнение динамического программирования

$$f_n(Y) = \min_{0 \leqslant y_1 \leqslant Y} [C_1(y_1) + f_{n-1}(Y - y_1)].$$

А. А. Корбут

2 В118. О линейных моделях и о графах матриц Минковского—Леонтьева. Rosenblatt David. On linear models and the graphs of Minkowski—Leontief matrices. «Econometrica», 1957, **25**, № 2, 325—338 (англ.)

Матрицей Минковского—Леонтьева называется $n \times n$-матрица (a_{ij}), обладающая свойствами: 1) $a_{ij} \geqslant 0$; 2) $s_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \leqslant 1$; $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Если все $s_i = 1$, то матрица называется стохастической. Граф матрицы Минковского — Леонтьева представляет совокупность n точек (вершин) a_i, причем для некоторых их пар определено отношение порядка $\overrightarrow{a_i a_j}$, соответствующее случаю, когда $a_{ij} > 0$. В реферируемой работе устанавливается связь между свойствами матриц Минковского—Леонтьева и их графов. Типичные результаты: Теорема 1. Пусть A есть матрица Минковского—Леонтьева. $(I-A)^{-1}$ существует тогда и только тогда, когда в ее графе нет замкнутых циклов или когда в каждом замкнутом цикле есть точка a_i такая, что $s_i < 1$. Теорема 3. Пусть A^* — стохастическая матрица. Система $x(I-A^*)=w$, где w — неотрицательный вектор, всегда имеет допустимое решение. Вектор y является таким решением только в том случае, если он пропорционален выпуклой линейной комбинации строк матрицы $\hat{A}^* = \lim_{s \to \infty} s^{-1} \sum_{h=1}^{s} A^{*h}$. Любое допустимое решение системы имеет нули на местах, соответствующих точкам, не принадлежащим замкнутым циклам графа. Значительное внимание уделено экономической интерпретации полученных результатов.

С. С. Кислицын

2 В119. Оптимизация процессов каталитического крекинга методом крутых подъемов. Schrage Robert W. Optimizing a catalytic cracking operation by the method of steepest ascents. «Operat. Res.», 1958, **6**, № 4, 498—515 (англ.)

2 В120. Корреляционные таблицы и линейное программирование. Fréchet M. Les tableaux de corrélation et les programmes linéaires. «Rev. Inst. internat. statist.», 1957, **25**, № 1—3, 23—40 (франц.; рез. англ.)

Рассматривается совместное распределение двух дискретных случайных величин X и Y, в котором пара x_i, y_t имеет вероятность n_{ij}/N, где $n_{ij} \geqslant 0$ — целые $\left(\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{q} n_{ij} = N\right)$. Матрица $r \times q$ с элементами n_{ij} называется корреляционной таблицей. Доказывается, что среди всех корреляционных таблиц с заданными суммами элементов строк и столбцов существуют ровно две, которые соответствуют статистической монотонной зависимости между X и Y. Дается новое доказательство того, что для этих двух таблиц коэффициент корреляции достигает своего максимума и минимума. Далее рассматриваются непрерывные случайные величины X и Y. Области их изменения разбиваются на конечное число частей и рассматриваются вероятности попадания X и Y в каждый из таких промежутков. Доказывается, что корреляционные индексы Жордана должны стремиться к ± 1, если соответствующие интервалы для X и Y имеют одинаковую вероятность. Даются приложения к линейному программированию: найти максимум $s = \sum t_{ij} n_{ij}$, если заданы t_{ij} и суммы элементов строк и столбцов корреляционной таблицы.

Е. Б. Яновская

2 В121. Составление графика и комбинаторная топология: оборот локомотивов, удовлетворяющий опре-

деленным условиям движения и обслуживания. Часть 1. Постановка проблемы железной дорогой Фриско. Gleaves V. B. Cyclic scheduling and combinatorial topology: assignment and routing of motive power to meet scheduling and maintenance requirements. Part 1. A statement of the operating problem of the Frisco railroad. **Часть 2. Обобщение и анализ.** Bartlett T. E., Charnes A. Part 2. Generalization and analysis, «Naval Res. Logist. Quart.», 1957, 4, № 3, 203—205; 207—220 (англ.)

Развивается метод решения нелинейных задач оптимального использования локомотивов, основанный на сопоставлении соответствующего графа с временной таблицей движения. А. А. Иванов

2 В122. Квадратичное программирование. Barankin E. W., Dorfman R. On quadratic programming. «Univ. Calif. Publs Statist.», 1958, 2, № 13, pp. 285—318 (англ.)

Рассматривается задача максимизации квадратичной формы

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i x_i - \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j \qquad (1)$$

при условиях $f_i(x) = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant 0$ $(x_i \geqslant 0,\ i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n)$, где матрица $A = \| a_{ij} \|$ симметрическая, а стоящая в (1) форма положительная полуопределенная. Эта задача обозначается через $P(A, \beta, a, b)$. Выясняются вопросы, касающиеся разрешимости этой задачи, множества ее решений, а также связи ее с задачей $P(A + \delta I, \beta, a, b)$ при малом $\delta > 0$. Н. Н. Воробьев

2 В123. Некоторые математические понятия в линейных экономических моделях. Wong Y. K. Some mathematical concepts for linear economic models. «Econ. activity analysis». New York, John Wiley and Sons, Inc., London, Chapman and Hall, Ltd, 1954, 283—339 (англ.)

Даны экономические интерпретации нескольких математических величин, таких как ранг матрицы $(x'Ax)$, квазиобращения матрицы, выпуклости матрицы Минковского—Леонтьева и др. Результаты в основном известны и просты. Однако статья полезна для ознакомления экономистов с соответствующими математическими понятиями и аппаратом. S. Karlin

Перевод из Math. Revs, 1955, 16, № 6, 558.

2 В124. Заметка о модели Фаррелла. Champernowne D. G. A note on Mr. Farrell's model, «Econometrica», 1954, 22, № 3, 303—309 (англ.)

Результаты V и VI разделов заметки Фаррелла (РЖМат, 1960, 2033) получены методами, более знакомыми экономистам. Л. И. Горьков

2 В125. Выбор как проявление предпочтения. Majumdar Tapas. Choice and revealed preference. «Econometrica», 1956, 24, № 1, 71—73 (англ.)

Некоторые замечания по теории полезности и выбора. А. А. Корбут

2 В126. Заметка о теории дифференцированных ставок заработной платы в различных отраслях. Johansen L. A note on the theory of interindustrial wage differentials. «Rev. Econ. Studies», 1958, 25(2), № 67, 109—113 (англ.)

2 В127. Статистики систем одновременных экономических связей. Theil H., Kloek T. The statistics of systems of simultaneous economic relationships. «Statist. neerl.», 1959, 13, № 1, 65—89 (англ., рез. гол.)

2 В128. Оптимизация производства, основанная на псевдостоимости. Charnes A., Cooper W. W., Mellon B. A model for optimizing production by reference to cost surrogates. «Proc. 2 Sympos. Linear Programm.», 1955, 1, 117—150 (англ.)

2 В129. Некоторые замечания об эконометрике риска и ситуаций, в которых играет роль случай. Wold Herman. Étude en économétrie du risque et des situations où le hasard joue nu rôle. «Econométrie». Paris, CNRS, 1953, 121—122. Discuss., 123—126 (франц.)

Выступление в прениях. Замечания относительно эконометрических публикаций.

2 В130. Теория неопределенности и распределение доходов в соответствии с их величиной. Friedmann Milton. La théorie de l'incertitude et la distribution des revenus suivant leur grandeur. «Econométrie». Paris, CNRS, 1953, 65—78. Discuss., 79 (франц.)

Автор стремится показать, что значительная часть существующего неравенства в распределении богатства в обществе определяется якобы различным характером предпочтения у различных людей. Э. А. Меркулова

2 В131. Основания выбора и теория спроса. Georgescu-Roegen Nicholas. Threshold in choice and the theory of demand. «Econometrica», 1958, 26, № 1, 157—168 (англ.)

2 В132. Теория спроса с переменными предпочтениями потребителей. Basmann R. L. A theory of demand with variable consumer preferences. «Econometrica», 1956, 24, № 1, 47—58 (англ.)

2 В133. Цены и тарифы в условиях случайного спроса. Boiteux M. Coûts et tarifs en face d'une demande aléatoire. «Econométrie». Paris, CNRS, 1953, 223—227. Discuss., 227—230 (франц.)

Обзор некоторых задач, возникающих в связи с установлением цен и тарифов при условии случайного спроса. Приводятся примеры. Э. А. Меркулова

2 В134. Аксиоматика разумных допущений в условиях неопределенности. Savage L. S. Une axiomatisation de comportement raisonnable face à l'incertitude. «Econométrie». Paris, CNRS, 1953, 29—33. Discuss., 34—40 (франц.)

2 В135. Двойственный подход к чистой теории поведения потребителя. Wagner Harvey M. An eclectic approach to the pure theory of consumer behavior. «Econometrica», 1956, 24, № 4, 451—466 (англ.)

2 В136. Исследование операций. Mothes Jean. Recherche opérationnelle. «Transmondia», 1957, № 38, 53—57 (франц.)

2 В137. Математика, реализм и наука об управлении. Greenhut Melvin L. Mathematics, realism and management science. Discussion of a paper by Ernest H. Weinwurm «Limitations of the scientific method in management science». «Manag. Sci.», 1958, 4, № 3, 314—320 (англ.)

Обсуждение некоторых вопросов, затронутых в статье Уэйнуэрма (РЖМат, 1959, 10261). А. А. Корбут

2 В138. Научный метод управления. Kauffmann A. La gestion selon la méthode scientifique. Un aperçu sur les modèles de gestion introduits par la recherche opérationnelle. «Gest. organis.», 1959, 2, avr., 123—129 (франц.)

Популярная статья, рекламирующая возможности исследования операций в промышленности.

2 В139. Введение в методологию исследования операций. Ч. III. Элементы методологии исследования операций. Dor L. Introduction à la méthodologie de la recherche opérationnelles. Chap. III. Eléments de méthodologie des recherches opérationnelles. «Rev. sci. écon.», 1958, 33, № 115, 167—186 (франц.)

Ч. I, II см. РЖМат, 1959, 742; 1960, 2041.

2 В140. Приложения исследования операций. Fourgeaud C. Applications de la recherche opérationnelle. «Hommes et techn.», 1957, 13, № 156, 989—995 (франц.)

Некоторые элементарные задачи.

2 В141. Практические аспекты использования исследования операций в промышленности и коммерческом деле. Barache Jacques. Aspects pratiques de l'utilisation de la recherche opérationnelle dans l'industrie et le commerce. «Vie et productiv.», 1958, 5, № 16, 21—25 (франц.)

Описательная заметка.

2 В142. Пример применения исследования операций. Lipowec Walter A. Application case example in O. R. «Centro ricerca operat.», 1958, № 7-8, 14—19 (англ.)

Рассматриваются вопросы совместной работы группы исследования операций и фирмы. Э. О. Рапопорт

2 В143. Об одном применении исследования операций. Melèse Jacques. Une application de la recherche opérationnelle. Mise en place dans une entreprise de construction mécanique d'une doctrine optimale de lancement des fabrications et de livrasion à la clientèle. «Usine nouvelle. Ed. mens.», 1958, mars, 61, 63, 65 (франц.)

2 В144 К. Линейное программирование. Изложение симплекс-метода. Greenwald D. U. Linear programming. An explanation of the simplex algorithm. The Ronald Press Company, New York, 1957, VII, 75 pp., ill. (англ.)

Книга посвящена изложению симплекс-метода. Изложение ведется чрезвычайно элементарно и рассчитано на людей с весьма скромной математической подготовкой. Автор ничего не доказывает, он только объясняет, как применять симплекс-метод. Изложение начинается с задачи об обработке двух типов деталей на трех станках, причем известны машинное время каждого станка, время обработки детали каждого типа на каждом станке, а также стоимость деталей. Требуется определить, сколько деталей каждого типа можно изготовить так, чтобы получить максимальную прибыль. Дана математическая постановка задачи и ее геометрическая интерпретация. Приведена таблица, которую удобно использовать при решении задачи симплекс-методом. Подробно рассмотрена и задача о составлении смеси из имеющегося сырья. Дана начальная и заключительная части таблицы для решения этой задачи. Для борьбы с вырожденностью описан и проиллюстрирован прием, предложенный Чарнсом. Менее подробно рассмотрена задача о минимуме затрат машинного времени на изготовление заданной партии деталей. Очень сжато описана транспортная задача. В заключение рассказывается о возможности применения линейного программирования в других областях хозяйственной деятельности. Имеются упражнения. Библ. 8 назв. Л. И. Горьков

2 В145 К. Линейное программирование и симплекс-метод. Greenwald D. U. Programmation linéare et algorithme du simplexe. «Trad. paris, Dunod», 1960, X, 93 p., ill. (франц.)

Во французском переводе американского издания книги (см. реф. 2 В144К) автор вновь отредактировал отдельные параграфы книги. Л. И. Горьков

См. также: 2 А19К, 2 А66, 2 А67, 2 А78, 2 А100, 2 А122, 2 А184, 2 А387, 2 Б298, 2 В172, 2 В185.

ЧИСЛЕННЫЕ И ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Редактор *В. К. Саульев*

2 В146. Метод начала вычислений при применении трехточечного метода Адамса с пересчетом. Alonso R. A starting method for the three-point Adams predictor-corrector method. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1960, **7**, № 2, 176—180 (англ.)

При численном интегрировании дифференциальных уравнений методом Адамса «работа по программированию вычисления первых значений сравнима с работой по программированию самого метода». Поэтому для трехточечного метода Адамса с пересчетом по формуле

$$y_{n+1} = y_n + (h/12)\,(5y'_{n+1} + 8y'_n - y'_{n-1}) \qquad (1)$$

предлагается итерационный процесс вычисления y_1, y_{-1}: исходя из начального приближения $y_1^{(0)} = y_{-1}^{(0)} = y_0$, вести счет по формуле (1) попеременно то вперед, то назад, уточняя попеременно y_1 и y_{-1}. Исследованы условия сходимости этого процесса и порождаемая им погрешность. Намечена схема программы.

М. Л. Бродский

2 В147. Устойчивость численного решения дифференциальных уравнений. Ч. II. Milne W. E., Reynolds R. R. Stability of a numerical solution of differential equations. Part II. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1960, **7**, № 1, 46—56 (англ.)

Метод, предложенный в первой части работы (РЖМат, 1960; 10923), переносится на систему дифференциальных уравнений $dy_i/dx = f_i(x, y_1, \ldots, y_n)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, причем для простоты исследования матрица $G = \|\partial f_i/\partial y_j\|_{i,j=1}^n$ предполагается постоянной. Количество шагов, после которого необходимо производить пересчет с целью сглаживания k (РЖМат, 1960, 10923), не меньше соответствующего числа шагов для одного уравнения $y' = -cy$, где $c = \max|\lambda_i|$, λ_i — собственные числа G, $hc < 1$. Метод проверен и дал хорошие результаты на разнообразных примерах (G всюду постоянны). Даются указания по применению метода Милна со сглаживанием при численном решении систем дифференциальных уравнений на электронных цифровых машинах. М. Л. Бродский

2 В148. Замечания к оценке погрешности в методе Ритца—Галеркина по Крылову. Börsch-Supan W. Bemerkungen zur Fehlerabschätzung beim Ritz—Galerkin-Verfahren nach Krylow. «Numer. Math.», 1960, **2**, № 2, 79—83 (нем.)

Для краевой задачи $y'' - q(x)\,y = 0$, $y(0) = y(1) = 0$, $0 \leqslant q(x) \leqslant Q$ в предположении дифференцируемости коэффициентов уравнения и правой части, автор дает оценку погрешности $f_n(x) = y - y_n$ (y_n — n-е приближение по методу Ритца), наиболее близкую к действительной погрешности и имеющую вид

$$|f_n(x)| \leqslant \left[\sigma_n(x) + \frac{H_n^*(x)}{\pi^2(n+1)^2}\right]\left[\|<r^{**}>_n\| + \frac{1}{\pi^2(n+1)^2}\left\{\|r''\| + \left(Q\left(1 + \frac{Q}{\pi^2}\right) + \frac{2Q'}{\pi} + \frac{Q''}{\pi^2}\right)\|r\|\right\}\right],$$

где

$$\sigma_n(x) = \left(2\sum_{\nu=n+1}^{\infty}\frac{\sin^2\nu\pi x}{\nu^4\pi^4}\right)^{1/2},$$

$$H_n^*(x) = Q\left(1 + \frac{1}{1 - Q\pi^2(n+1)^{-2}}\right)\times$$

$$\times\left(\sigma_n(x) + \frac{Qx(1-x)}{\sqrt{3}\,\pi^2(n+1)^2}\right) +$$

$$+ \frac{2\|q'\| + \frac{1}{4}\|q''\|}{\pi^2(n+1)^2}\left(1 + \frac{Qx(1-x)}{\sqrt{3}}\right),$$

$$Q = \max_{0\leqslant x\leqslant 1} q(x),\quad Q' \max_{0\leqslant x\leqslant 1}|q'(x)|,\quad Q'' = \max_{0\leqslant x\leqslant 1}|q''(x)|,$$

$$\|<r^{**}>_n\| = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\left([r(0) - r(1)]^2\sum_{\substack{\nu=n+1\\ \nu\text{-четное}}}^{\infty}\frac{1}{\nu^2} +\right.$$

$$+[r(0)+r(1)]^2\sum_{\substack{\nu=n+1\\ \nu\text{-нечетное}}}^{\infty}\frac{1}{\nu^2}\Big)^{1/2}.$$

Асимптотическое поведение этой погрешности при $n\to\infty$ $|f_n(x)|=O\left(\frac{1}{n^2}\right)$. Этот результат усиливает известные оценки, полученные Н. М. Крыловым и недавние оценки Бертрама (РЖМат, 1960; 10929 и Леманна (Lehmann). На числовом примере дается сравнение полученной оценки погрешности с оценками Бертрама и Леманна. Н. Я. Лященко

2 В149. Об оценке погрешности метода Ритца—Галеркина Бертрамом. Schi Tschun-tsi. Zu G. Bertram. Fehlerabschätzung für das Ritz—Galerkinsche Verfahren. «Z. angew. Math. und Mech.», 1960, **40**, № 5-6, 286 (нем.)

Бертрам (РЖМат, 1960, 10924) для погрешности собственных значений λ_ν задачи $M(y)=\lambda q(x)y$, $U_\mu(y)=0$ ($\mu=1,2,\ldots,2m$) при ее решении методом Ритца—Галеркина получил следующую оценку:

$$\lambda_{\nu,l}-\lambda_\nu\leqslant c_{\nu,l}/(2m-1)\,l^{2m-1}, \qquad (1)$$

где $\lambda_{\nu,l}$ — l-е приближение к λ_ν, полученное методом Ритца — Галеркина. Автор выводит вместо (1) более строгую оценку $\lambda_{\nu,l}-\lambda_\nu\leqslant K/l^{2m}$. В. К. Саульев

2 В150. Некоторые оценки погрешности метода Ритца—Галеркина для обыкновенных дифференциальных уравнений. Джишкариани А. В. «Тбилисис математикис институтис шромеби. Сакартвелос ССР Мецниереба Академиа», «Тр. Тбилисск. матем. ин-та АН ГрузССР», 1959, **26**, 285—306

Рассматривается вопрос о приближенном нахождении собственных значений λ_ν и собственных функций $y_\nu(x)$ ($\nu=1,2,\ldots$) дифференциального уравнения $M[y(x)]=\lambda N[y(x)]$ (M и N — самосопряженные и положительно определенные операторы порядков $2m$ и $2n$ соответственно) при граничных условиях $y_\nu^{(\sigma)}(0)=y_\nu^{(\sigma)}(1)=0$ ($\sigma=0,1,\ldots,m-1$) методом Ритца — Галеркина. При этом в качестве системы координатных функций принимается система собственных функций $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$,... (которая предполагается замкнутой) задачи $M[y(x)]=\lambda y(x)$ при тех же граничных условиях. Функции $\varphi_l(x)$ и соответствующие им собственные значения ω_l считаются известными. Автор выводит несколько оценок для погрешности собственных значений $\lambda_{\nu,r}$ (r — число координатных функций в методе Ритца — Галеркина) и собственных функций $y_{\nu,r}(x)$ (как в пространстве $L_2(0,1)$, так и в пространстве $C(0,1)$). Например, для случая $N[y]\equiv q(x)y(x)$, где $q(x)>0$ — непрерывная функция, автор получает оценку

$$\lambda_{\nu,r}-\lambda_\nu\leqslant\frac{\lambda_{\nu,r}^2 q_{\max}}{\omega_{r+1}}. \qquad (1)$$

Если же $q(x)$ имеет непрерывные производные до порядка $2m$, то неравенство (1) можно заменить на следующее

$$\lambda_{\nu,r}-\lambda_\nu\leqslant\lambda_{\nu,r}^2\|M[q(x)y_\nu(x,\alpha)]\|^2\frac{1}{\omega_{r+1}^3}, \qquad (2)$$

где величина $\|M[q(x)y_\nu(x,\alpha)]\|$ $(0\leqslant\alpha\leqslant1)$ выражается через производные $y^{(s)}(x,\alpha)$ ($s=0,1,\ldots,2m$), которые автор оценивает. Для случая «одночленного» уравнения $M[y]=\lambda(-1)^n[g(x)y^{(n)}(x)]^{(n)}$ $(g(x)>0)$ вместо (1) и (2) автор выводит следующие оценки:

$$\lambda_{\nu,r}-\lambda_\nu\leqslant\frac{\lambda_{\nu,r}^2 g_{\max}}{\omega_{r+1}},$$

$$\lambda_{\nu,r}-\lambda_\nu\leqslant\lambda_{\nu,r}^2\|M^{(-2n)}[g(x)y_\nu^{(n)}(x,\alpha)]\|^2\frac{1}{\omega_{r+1}^3}.$$

Оценка погрешности для собственных функций, в случае $M[y]=\lambda q(x)y(x)$, имеет вид:

$$\|y_\nu(x)-y_{\nu,r}(x)\|\leqslant\frac{\lambda_{\nu,r}q_{\max}h}{\sqrt{q_{\min}}}\left(1+\frac{\lambda_{\nu,r}q_{\max}}{\omega_1}\right)\times$$
$$\times\left(1+\lambda_\nu\sum\nolimits_{i\neq\nu}\frac{1}{|\lambda_i-\lambda_\nu|}\right)\frac{1}{\omega_{r+1}}, \qquad (3)$$

где постоянная h определяется из условия $\|\sqrt{q}\,y_{\nu,r}\|\leqslant h$. Как отмечает автор, в случае непрерывности функции $q(x)$, порядок сходимости собственных значений (1) равен порядку сходимости в среднем собственных функций (3). Получив ряд оценок для нормы собственных функций и их производных в смысле метрики пространства $L_2(0,1)$, автор выводит равномерные оценки для собственных функций. В частности, для случая «одночленного уравнения выведена оценка

$$|y_\nu(x)-y_{\nu,r}(x)|\leqslant\frac{\lambda_{\nu,r}}{2(2n-1)(n-1)!}\sqrt{\frac{g_{\max}}{g_{\min}}}\left(1+\right.$$
$$\left.+\lambda_\nu\sum\nolimits_{i\neq\nu}\frac{1}{|\lambda_i-\lambda_\nu|}\right)\left\{\frac{\|M^{(-2n)}[g(x)y_{\nu,r}^{(n)}(x)]\|}{\omega_{r+1}^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{g_{\max}}\lambda_{\nu,r}\|M^{(-2n)}[g(x)y_\nu^{(n)}(x,\alpha)]\|^2}{\omega_1\omega_{r+1}^3}\right\}.$$

Реферируемая работа примыкает к работе Бертрама (РЖМат, 1960; 10925). В. К. Саульев

2 В151. Решение линейных систем методом Ричардсона. Frank Werner L. Solution of linear systems by Richardson's method. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1960, **7**, № 3, 274—286 (англ.)

Для решения системы линейных алгебраических уравнений $Ax=d$, где A — симметричная, положительно определенная матрица Янг (РЖМат, 1954, 5782) исследовал следующий итерационный метод («метод Ричардсона»):

$$x_k=x_{k-1}+\beta_k^{(n)}(d-Ax_{k-1}) \quad (k=1,2,\ldots,n); \qquad (1)$$

здесь x_k — k-я итерация, $\beta_k^{(n)}$ — скаляры, выбираемые так, чтобы метод (1) сходился по возможности быстро! Метод (1) обладает численной неустойчивостью (величины $\beta_k^{(n)}$ изменяются в большом диапазоне) и требует предварительной оценки величины n. Автор на двух числовых примерах (система сеточных уравнений, аппроксимирующая задачу Дирихле для уравнения Лапласа, заданного в единичном квадрате, и система уравнений с якобиевой матрицей) подробно исследует модификацию метода (1), свободную от этих недостатков. Эта модификация, принадлежащая Штифелю (РЖМат, 1956, 7644), имеет вид:

$$x_1=x_0+\frac{2}{b+a}(d-Ax_0),$$
$$x_{k+1}=\frac{4T_k(\alpha)}{(b-a)T_{k+1}(\alpha)}(d-Ax_k)+ \qquad (2)$$
$$+\frac{T_{k-1}(\alpha)}{T_{k+1}(\alpha)}(x_k-x_{k-1})+x_k \quad (k\geqslant1),$$

где x_0 — начальное приближение, $\alpha=(b+a)/(b-a)$, $T_0(\alpha)=1$, $T_1(\alpha)=\alpha$, $T_{k+1}(\alpha)=2\alpha T_k(\alpha)-T_{k-1}(\alpha)$, a и b — соответственно нижняя и верхняя границы собственных значений матрицы A ($a>0$, $b>0$). Метод

(2) сравнивается с методом (1). Отмечается хорошее совпадение эмпирического и теоретического (согласно формуле $k \geqslant (\log\rho)/\log(\alpha - \sqrt{\alpha^2-1})$) числа k итераций, необходимых для достижения желаемой точности ρ (в числовом примере $a = 0{,}049247$, $b = 7{,}950753$, $\alpha - \sqrt{\alpha^2-1} = 0{,}8541$, $\rho = 10^{-8}$, откуда $k \geqslant 117$). Для случаев плохо обусловленных матриц рекомендуется использовать методы ускорений итерационного процесса (2). При этом из двух рассмотренных методов ускорений (первый метод основан на методе наименьших квадратов, второй — на методе сопряженных градиентов) предпочтение отдается второму. Наконец, устанавливается зависимость скорости сходимости метода (2) от погрешности в определении нижней границы a для собственных значений (здесь выявляется некоторое расхождение с теорией) и кратко намечается путь вычисления собственного вектора, соответствующего наименьшему собственному значению матрицы A.

В. К. Саульев

2 В152. Верхняя релаксация и родственные методы. Engeli M. Overrelaxation and related methods. «Mitt. Inst. angew. Math. Eidgenoss. techn. Hochschule Zürich», 1959, № 8, 79—101 (англ.)

Для решения системы линейных алгебраических уравнений $Ax + b = 0$ (A — симметричная, положительно определенная матрица) рассматриваются релаксационные методы типа

$$x_{k+1} = x_k - \omega\,[Lx_{k+1} + (E+U)\,x_k + b], \qquad (1)$$

где L и U — соответственно нижняя и верхняя треугольные матрицы, E — единичная матрица, ω — множитель релаксации, $0 < \omega < 2$. Отмечается соотношение

$$0 < \mu_{\min} \leqslant \frac{|1-\lambda_i|^2}{1-|\lambda_i|^2}\,\frac{2-\omega}{\omega} \leqslant \mu_{\max}, \qquad (2)$$

устанавливающее для данного ω связь между собственными значениями μ_i матрицы A и собственными значениями λ_i матрицы перехода от x_k и x_{k+1} в соответствии с формулой (1). Подробнее автор останавливается на выборе оптимального множителя ω в (1). Так как неравенства (2) допускают значения λ_i, сколь угодно близкие к 1, для выбора оптимального значения ω необходимо дальнейшее (кроме симметричности и положительной определенности) ограничение на матрицу A (РЖМат, 1955; 1953). При этих ограничениях (которым, в частности, удовлетворяют матрицы систем обычных пятиточечных сеточных уравнений, соответствующих уравнению Лапласа) имеет место

$$\omega = \omega_{\text{опт}} = 1 + \left[\frac{\varkappa_{\max}}{1+\sqrt{1-\varkappa_{\max}^2}}\right]^2, \qquad (3)$$

где $\varkappa_i = \mu_i - 1$. Подробно анализуется формула Янга (РЖМат, 1955; 1953) $(\lambda_i + \omega - 1)^2 = \lambda_i\omega^2\varkappa^2$. Приведена, в частности, ее графическая интерпретация и особо рассмотрены частные случаи $\omega = 0$; $\omega = 1$ (случай метода Гаусса — Зейделя); $\omega = 2$; $0 < \omega < 1$ (область вещественных $\lambda_i > 0$); $1 < \omega < \omega_{\text{опт}}$ (по крайней мере наибольшее собственное значение, определяющее скорость сходимости, вещественное); $\omega_{\text{опт}} < \omega < 2$ (область комплексных корней, абсолютное значение которых равно $\omega - 1$). Приводится асимптотическая формула, устанавливающая связь между числом итераций M_1 в методе Гаусса — Зейделя и числом итераций $M_{\omega_{\text{опт}}}$ в методе (1) с $\omega = \omega_{\text{опт}}$: $M_{\omega_{\text{опт}}} = {}^3/_4\sqrt{M_1}$ (например, при $\varkappa_{\max} = 0{,}9990$, $M_1 = 1150$, $M_{\omega_{\text{опт}}} = 25$).

Кратко рассматриваются несколько модификаций метода (1) (случай несимметричной матрицы A, блочная верхняя релаксация, симметричная верхняя релаксация, комбинация симметричной верхней релаксации с методом, использующим полиномы Чебышева). Отмечается, что блочная верхняя релаксация часто может быть полезной в тех случаях, когда обычная релаксация не применима. Приведен подробный анализ результатов числовых расчетов бигармонического уравнения и уравнения стержня.

В. К. Саульев

2 В153. Границы для первого собственного значения ромбической мембраны. Hooker W., Protter M. H. Bounds for the first eigenvalue of a rhombic membrane. «J. Math. and Phys.», 1960, **39**, № 1, 18—34 (англ.)

Пойа и Сегё получили следующую нижнюю границу

$$\lambda_1 \geqslant \frac{\pi}{d}\,\frac{(1+\sin^2\beta)^{\frac{1}{2}}}{\cos\frac{\beta}{2}} \qquad (1)$$

для первого собственного значения λ_1 ромбической мембраны ($u_{xx} + u_{yy} + \lambda_1^2 u = 0$); здесь β — величина острого угла данной ромбической мембраны, d — длина меньшей диагонали ромба. Авторы улучшили оценку (1):

$$\lambda_1 \geqslant \frac{\pi}{d}\,\frac{(1+\sin\beta)^{\frac{1}{2}}}{\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{\pi}{d}\left(1 + \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right). \qquad (2)$$

При $\beta = 0$ и $\beta = \pi/2$ оценки (1) и (2) совпадают и превращаются в равенство. Лучшая, чем (2), нижняя граница для λ_1 получается при решении некоторого специального обыкновенного дифференциального уравнения типа уравнения Бесселя. Рассматриваются также принципы получения верхних границ для λ_1 (сравнение с первым собственным значением для наибольшего прямоугольника, помещающегося в данный ромб, принцип Релея

$$\lambda_1 \leqslant \frac{\iint\left(w_x^2 + w_y^2\right)dxdy}{\iint w^2 dxdy},$$

где $w(x, y)$ — любая достаточно гладкая функция, обращающаяся в нуль на границе ромба). Отмечается, что определение нижней границы для λ_1 путем аппроксимации ромба объемлющим кругом или прямоугольником (для которых известны точные значения λ_1) приводит, вообще говоря, к большей, чем (2), погрешности.

В. К. Саульев

2 В154. Численный метод решения задачи Коши для эллиптического уравнения. Newman D. J. Numerical method for solution of an elliptic Cauchy problem. «J. Math. and Phys.», 1960, **39**, № 1, 72—75 (англ.)

Доказана теорема: Пусть $F'(x)$ и $G(x)$ — ограниченные и равномерно непрерывные функции, а $\varphi(x, y)$ и все ее три первые производные ограничены. Пусть φ удовлетворяет задаче Коши

$$\Delta\varphi = 0, \quad 0 < y \leqslant 1, \quad \varphi(x, 0) = F(x), \quad \varphi_y(x, 0) = G(x),$$

а $U(x, y)$ и $V(x, y)$ определяются по формулам

$$U(x, 0) = F_T'(x) + \varepsilon_1(x, -\Delta),\ V(x, 0) = G_T(x) + \varepsilon_2(x, -\Delta),$$

$$U(x, y_0 + \Delta) = U(x, y_0) + \Delta\,(d/dx)\,V_{2T}(x, y_0) + \varepsilon_1(x, y_0),$$

$$V(x, y_0 + \Delta) = V(x, y_0) - \Delta\,(d/dx)\,U_{2T}(x, y_0) + \varepsilon_2(x, y_0),$$

где $|\varepsilon_1(x, y)| \leqslant \varepsilon$, $|\varepsilon_2(x, y)| \leqslant \varepsilon$, $\Delta > 0$ и функция $f_T(x, y)$ определяется согласно соотношению

$$f_T(x, y) = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t+x, y)\,\frac{\sin^2 Tt - \sin^2\frac{1}{2}Tt}{Tt^2}\,dt.$$

Тогда равномерно

$$\lim_{T\to\infty}\lim_{\substack{\Delta\to 0,\\ \varepsilon,\Delta\to 0}} U=\varphi_x,\quad \lim_{T\to\infty}\lim_{\substack{\Delta\to 0,\\ \varepsilon/\Delta\to 0}} V=\varphi_y.$$

В. К. Саульев

2 В155. Приближенное решение некорректной краевой задачи. Douglas Jim, Jr, Gallie T. M., Jr. An approximate solution of an improper boundary value problem. «Duke Math. J.», 1959, **26**, № 3, 339—347 (англ.)

Задача отыскания гармонической функции u, определенной и ограниченной в полуплоскости $y\geqslant 0$, по значениям на прямой $y=c$ $(c>0)$, является некорректной, и, имея функции, приближающие u на этой прямой, мы не можем получить приближений для u в полуплоскости. Если, однако, известно, что $u\geqslant 0$ в полуплоскости, можно при указанном условии получить сходящуюся к u последовательность неотрицательных в полуплоскости гармонических рациональных функций. Доказывается теорема: Если u гармонична при $y>0$, имеет ограниченные первые производные при $y\geqslant 0$, если

$$0\leqslant u(x,\ y)\leqslant B(y+k)[x^2+(y+k)^2]^{-1},$$

то, имея последовательность функций $F_N(x)$ такую, что $|F_N(x)-u(x,\ c)|<N^{-1}$ $(-\infty\leqslant x\leqslant\infty)$, мы можем по ней построить последовательность рациональных гармонических функций $w_N(x,\ y)$ так, что она сходится равномерно к $u(x, y)$ в любой замкнутой полуплоскости $y\geqslant\varepsilon_0>0$. Именно $w_N=y\pi^{-1}\sum_{i=-n}^{n} m_i[(x-x_i)^2+y^2]^{-1}\Delta x$, $x_i=i\Delta x$, $\Delta x=N^{-2}$, $n=N^3$, $m_i\geqslant 0$; m_i выбраны так, что $\|w_N-F_N(x)\|\leqslant\|\widetilde{w}-F_N(x)\|$, где $\widetilde{w}$ — любая рациональная функция записанного вида с другими $m_i\geqslant 0$, $\|f\|^2=\sum_{i=-2n}^{2n} f^2(x_i)\Delta x$. Для отыскания m_i применимы методы квадратичного программирования (отыскания экстремума квадратичной формы на многограннике (РЖМат, 1958, 4013)). Доказательство опирается на общие свойства компактности рассматриваемого семейства функций в $C(Q)$ и единственности продолжения, поэтому метод применим в гораздо более общем случае (эллиптические уравнения 2-го порядка с аналитическими коэффициентами и любым числом переменных). Оценок скорости сходимости не дается.

М. Л. Бродский

2 В156. О разностном решении уравнения теплопроводности в криволинейных координатах. Яненко Н. Н., Сучков В. А., Погодин Ю. Я. «Докл. АН СССР», 1959, **128**, № 5, 903—905

Для уравнения параболического типа $\partial u/\partial t=\sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_i\,\partial x_j}$ $\left(a_{11}a_{22}-a_{12}^2>0\right)$ решается разностным методом смешанная задача Коши:

$$u(x_1,\ x_2,\ 0)=\varphi(x_1,\ x_2)\qquad u|_{\Gamma}=f(x,\ t)\qquad (0\leqslant t\leqslant T),$$

где всюду $0\leqslant x_1,\ x_2\leqslant 1$, а Γ — контур этого квадрата. Предлагается чередовать две формулы:

$$(u^{n+\frac12}-u^n)\tau^{-1}=a_{11}\Delta_1\Delta_{-1}h_1^{-2}u^{n+\frac12}+a_{12}(\Delta_1+\Delta_{-1})\times$$
$$\times(\Delta_2+\Delta_{-2})(4h_1h_2)^{-1}u^n$$

и

$$(u^{n+1}-u^{n+\frac12})\tau^{-1}=a_{12}(\Delta_1+\Delta_{-1})(\Delta_2+\Delta_{-2})(4h_1h_2)^{-1}u^{n+\frac12}+$$
$$+a_{22}\Delta_2\Delta_{-2}h_2^{-2}u^{n+1},$$

где

$$\Delta_{\pm 1}u=\pm[u(x_1\pm h_1,\ x_2)-u(x_1,\ x_2)],$$
$$\Delta_{\pm 2}u=\pm[u(x_1,\ x_2\pm h_2)-u(x_1,\ x_2)];$$

h_1, h_2 τ — шаги по x_1, x_2, t. Доказывается спектральная устойчивость схемы, откуда (РЖМат, 1960, 3516К) следует ее сходимость. Схема может быть применена для счета уравнения теплопроводности в лагранжевых координатах.

М. Л. Бродский

2 В157. О численном решении смешанной задачи для гиперболических уравнений. Isaacson Eugene. On the numerical solution of mixed initial boundary value problems for hyperbolic equations. «Proc. Internat. Congr. Mathematicians 1954, Amsterdam. Vol. 1. Groningen — Amsterdam», 1957, 521 (англ.)

2 В158. О методе переменных направлений для решения уравнения пластинки со смешанными граничными условиями. Conte Samuel D., Dames Ralph T. On an alternating direction method for solving the plate problem with mixed boundary conditions. «J. Assoc. Comput. Machinery», 1960, **7**, № 3, 264—273 (англ.)

Рассматривается уравнение пластинки

$$\frac{\partial^4 U}{dx^4}+2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 U}{\partial y^4}=q(x,\ y),\qquad (1)$$

определенное в прямоугольнике, на границе Γ которого заданы краевые условия

$$U=f,\quad \partial U/\partial n=g\qquad (2)$$

(n — направление нормали к сторонам прямоугольника). Уравнение (1) аппроксимируется на квадратной сетке с шагом h сеточным уравнением

$$\nabla_x^4 u+2\nabla_y^2\nabla_x^2 u+\nabla_y^4 u=h^4 q,\qquad (3)$$

а производная, входящая в краевое условие (2), заменяется либо односторонним разностным отношением $\Delta u=[u(Q+h)-u(Q)]/h$, либо симметричным разностным отношением $\Delta u=[u(Q+h)-u(Q-h)]/2h$ $(Q\in\Gamma)$. Для решения системы сеточных уравнений (3) вместе с соответствующими «граничными» условиями используется итерационный метод переменных направлений

$$u^{(n+1/2)}=u^{(n)}-r_{n+1}\left(\nabla_x^4 u^{(n+1/2)}+2\nabla_y^2\nabla_x^2 u^{(n)}+\right.$$
$$\left.+\nabla_y^4 u^{(n)}-h^4 q\right).\qquad (4)$$
$$u^{(n+1)}=u^{\left(n+\frac12\right)}-r_{n+1}\left(\nabla_y^4 u^{(n+1)}-\nabla_y^4 u^{(n)}\right),$$
$$u(Q)^{(n)}=f(Q),\quad \Delta u(Q)^{(n)}=g(Q),\quad Q\in\Gamma,$$

предложенный авторами ранее (РЖМат, 1960, 3048), для случая, когда на границе Γ прямоугольника вместо (2) заданы значения U и $\partial^2 U/\partial n^2$. В (4) величина r_{n+1} — положительный параметр, предназначенный для ускорения сходимости. Погрешность $e^{(n)}=u^{(n)}-u$ удовлетворяет однородной системе

$$\left(1+r_{n+1}\left(\nabla_x^4+\nabla_y^4\right)+r_{n+1}^2\nabla_x^4\nabla_y^4\right)e^{(n+1)}=$$
$$=\left(1-2r_{n+1}\nabla_y^2\nabla_x^2+r_{n+1}^2\nabla_x^4\nabla_y^4\right)e^{(n)},$$

$e^{(n)}(Q)=\Delta e^{(n)}(Q)=0$, $Q\in\Gamma$ или короче $Pe^{(n+1)}=Ae^{(n)}$, где P и A — симметричные матрицы и P — положительно определенная. Устанавливается, что $e^{(n)}\to 0$ при $n\to\infty$. Сходимость метода итераций (4) доказывается также в том случае, когда на некоторых сторонах данного прямоугольника задано $\partial U/\partial n$, а на других — $\partial^2 U/\partial n^2$ (смешанные краевые условия). Приведены числовые примеры.

В. К. Саульев

2 В159. Приближенное решение о растеканий ограниченной турбулентной струи и определение длины цилиндрической камеры смешения. Тихомиров Н. А. «Тр. Горьковск. инж.-строит. ин-та», 1958, вып. 29, 95—108

Задача об определении профиля скоростей в поперечных сечениях цилиндрической камеры смешения в струйных аппаратах приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial[v^2(x,r)]}{\partial(x)^2} = a^2\left[\frac{\partial^2(v)^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial(v)^2}{\partial r}\right] \quad (1)$$

при следующих условиях:

$$v^2(0,r) = \begin{cases} v_1^2 = \text{const при } 0 < r \leqslant r_0, \\ v_2^2 = \text{const при } r_0 \leqslant r \leqslant R, \end{cases} \quad (2)$$

где v_1 — скорость рабочей жидкости, v_2 — скорость подсасываемой жидкости, r — текущий радиус, r_0 — радиус сопла, R — радиус цилиндрической камеры;

$$\left[\frac{\partial(v)^2}{\partial r}\right]_{r=R} = 0. \quad (3)$$

Применяя метод Фурье, автор в результате разделения переменных получает два обыкновенных дифференциальных уравнения, из коих решение одного есть показательная функция, а другое уравнение интегрируется в бесселевых функциях. Из условий (2), (3) определяются произвольные постоянные. При приближенном определении длины l камеры автор исходит из допущения, что задано отношение $v^2(l, R)/v^2(l, 0)$; указывается, что расчет по полученной приближенной формуле дал удовлетворительное совпадение с опытными данными. Отдельные предложения статьи недостаточно отредактированы, имеются опечатки, пропуски (например, в заглавии статьи после слов «приближенное решение» пропущено «задачи»; на стр. 100, 5 строка сверху, после слова «отношение» пропущено «квадратов скоростей»; на стр. 101 имеются опечатки в формулировке признака сходимости ряда Фурье—Бесселя; на стр. 105 лишено смысла второе предложение сверху, в литературном списке вместо «И. Я. Акушский» напечатано «И. Я. Акушинский» и др.). Д. Б. Тополянский

2 В160. Применение теоремы эквивалентности Лакса к неоднородным задачам. Stetter Hans J. Anwendung des Äquivalenzsatzes von P. Lax auf inhomogene Probleme. «Z. angew. Math. und Mech.», 1959, **39**, № 9-11, 396—397 (нем.)

Лакс и Рихтмайер при рассмотрении вопроса об аппроксимации решения уравнения

$$\frac{d}{dt}u(t) - Au(t) = 0, \quad u(0) = u_0$$

(A — матричный дифференциальный оператор, действующий по «пространственным» переменным) решениями разностного уравнения установили (РЖМат, 1960, 1675), что необходимым и достаточным условием совместной (konsistenz) аппроксимации корректно поставленной задачи является устойчивость. Автор установил, что это условие распространяется и на неоднородную задачу

$$\frac{d}{dt}u(t) - Au(t) = a(t), \quad u(0) = 0 \text{ (или } u_0).$$

В этом случае разностный аналог записывается в виде $u[(n+1)h] = C_h(nh)u(nh) + hc_h(nh)$. Аппроксимация совместна с исходным уравнением, если

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{h\to\infty}\left\|\left\{\dfrac{C_h(t)-I}{h} - A(t)\right\}u(t)\right\| = 0 \\ \lim\limits_{h\to\infty}\|C_h(t) - a(t)\| = 0 \end{array}\right\} 0 \leqslant t \leqslant T$$

(норма берется в соответствующем банаховом пространстве). Рассмотрен пример. Д. Б. Тополянский

2 В161. О теореме для оценки собственных значений. Fujita Hiroshi, Kato Tosio. On a theorem for estimating eigenvalues. «J. Phys. Soc. Japan», 1958, **13**, № 2, 215—219 (англ.)

Элементарное доказательство теоремы, опубликованной ранее (РЖМат, 1955, 344), об оценке собственных значений самосопряженного оператора типа T^*T в гильбертовом пространстве. В. К. Саульев

2 В162. Замечание к работе Грегори. Weisfeld Morris. A remark on a paper of R. T. Gregory. «J. Soc. Industr. and Appl. Math.», 1959, **7**, № 1, 131 (англ.)

См. РЖМат, 1960, 14433. Речь идет о повышении точности вычисления собственных векторов методом Ланцоша.

2 В163. Метод Хаусхолдера для решения алгебраической задачи на собственные значения. Wilkinson J. H. Householder's method for the solution of the algebraic eigenproblem. «Comput. J.», 1960, **3**, № 1, 23—27 (англ.)

В работе Хаусхолдера (РЖМат, 1957, 2702 К) описан метод нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы, заключающийся в сведении данной матрицы к трехдиагональной матрице путем подобных преобразований с ортогональными матрицами, которым не соответствуют плоские вращения (в последнем заключается отличие этого метода от метода Гивенса, РЖМат, 1956; 8347). Автор на конкретном примере произвольной симметричной матрицы 14×14 порядка показал эффективность метода Хаусхолдера («самый быстрый и самый точный из известных методов решения алгебраической задачи на собственные значения для произвольной симметричной матрицы»). Кроме того, этот метод проще и требует меньше памяти вычислительной машины, чем методы Гивенса и Ланцоша. В. К. Саульев

2 В164. Метод исчерпывания для ленточных матриц. Rutishauser H. Deflation bei Bandmatrizen. «Z. angew. Math. und Phys.», 1959, **10**, № 3, 314—319 (нем.)

При применении метода исчерпывания для вычисления собственных чисел и собственных векторов к симметричной матрице $A = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^n$ такой, что

$$a_{ij} = 0 \text{ при } |i-j| > m \quad (1)$$

для матриц, получаемых из A в результате применения этого метода, свойство (1) уже не имеет места. Предлагается вариант метода исчерпывания, в котором свойство (1) сохраняется и для последующих матриц: по собственному вектору $\mathbf{v} = \mathbf{v}_n$ строится ортонормированная система векторов $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ такая, что $(\mathbf{v}_i)_j = 0$ при $j > i+1$. Если H — матрица $[\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n]$, то матрица ${}^1A = H^TAH$ имеет вид: $\left\|\begin{matrix} {}_1A & 0 \\ 0 & \lambda \end{matrix}\right\|$, где λ — собственное число, соответствующее $\mathbf{v}$, при этом матрица ${}_1A$ сохраняет свойство (1) и симметрию и подобна матрице A. Далее процесс повторяется и в результате получаем диагональную матрицу, подобную A. Отмечается преимущество перед обычным методом исчерпывания: вследствие погрешностей в собственных векторах мы получим в результате матрицу, хотя не диагональную, но близкую к диагональной и подобную данной, откуда легко найти все собственные числа. М. Л. Бродский

2 В165. Практическое решение уравнений третьей и четвертой степеней. Miller D. A. Practical solution of quartic and cubic equations. «Control», 1960, **3**, № 22, 133—134 (англ.)

Метод, предложенный Лью (Liu Y. J., Servomechanisms, M. I. T., 1941) для приближенного решения уравнения четвертой степени, требует пользования специальными кривыми в дополнение к вычислениям. Метод автора свободен от этого требования. Предложенный им метод приближенного решения кубического уравнения является некоторым обобщением метода Салливана (РЖМат, 1959, 882). Обоснование метода

отсутствует. Дана общая схема его реализации, и приближенно решены четыре примера уравнений третьей и четвертой степеней с действительными и комплексными корнями; полученные приближенные значения корней сопоставлены с точными. Д. Б. Тополянский

2 В166. Решение алгебраических уравнений по методу скорейшего спуска. Bachmann Karl-Heinz. Lösung algebraischer Gleichungen nach der Methode des stärksten Abstiegs. «Z. angew. Math. und Mech.», 1960, 40, № 1-3, 132—135 (нем.)

Рассматривается уравнение $f(z) \equiv u(x,y) + iv(x,y) = 0$, $z = x + iy$, где f — аналитическая функция. Для некоторого приближенного значения $z_0 = x_0 + iy_0$ вносится поправка $\Delta z = -\mu[h_x(x_0,y_0) + ih_y(x_0,y_0)]$, где $h(x,y) = f \cdot \bar{f}$, μ — положительное число. Тогда в силу условий Коши—Римана $h_x + ih_y = 2(uu_x + vv_x) - 2i(-uv_x + vu_x) = 2f \cdot \bar{f}' = 2|f'|^2 \cdot \frac{f}{f'}$ и при допущении, что $f' \neq 0$, требуемая по методу Ньютона поправка $-f/f'$ получается для $\mu = 1/2|f'|^2$. Доказана сходимость. Решен числовой пример. Д. Б. Тополянский

2 В167. Более точное решение линейной задачи при помощи метода наименьших квадратов. Von Holdt Richard E. More accurate linear least squares. «Proc. West. Joint Comput. Conf., San Francisco, Calif.», 1959, New York, 1959, 255—256 (англ.)

Пусть A — данная матрица с m строками и n столбцами ($m \geqslant n$) такая, что из $AW = 0$ следует $W = 0$ (т. е. столбец векторов представляет линейно независимую систему), и Y — данный m-мерный вектор. Искомым является n-мерный вектор $\bar{X}$ такой, что $|R(\bar{X})|^2$ есть минимальное значение $|R(X)|^2$, где $R(X) = AX - Y$. Исходя из геометрической интерпретации классического решения линейной задачи по методу наименьших квадратов, автор приходит к основному уравнению

$$A^T AX = A^T Y \qquad (1)$$

и устанавливает единственность его решения. Сравнивая решения (1) по методу главных диагональных элементов и при помощи ортогонализации, автор приходит к выводу: бо́льшая точность дает преимущество второму методу перед первым, хотя число операций при реализации метода главных диагональных элементов меньше. Д. Б. Тополянский

2 В168. О решении уравнений методами высших порядков. Воронцов Б. Д. «Тр. Уральского политехн. ин-та», 1959, сб. 79, 25—32

Исследуются вопросы, связанные с решением уравнений K-методами, идея которых принадлежит Кёнигу. Излагается метод Кёнига для решения алгебраических уравнений и его обобщение на мероморфные функции. Показано, что итерационные K-методы являются касательными методами и допускают обобщение на достаточно гладкие функции. Выводятся общим для касательных методов способом, предложенным автором, простые приближенные рабочие формулы для оценки погрешностей K-методов вида:

$$F_1(x) = x - f(x)(D_n(x)/D_{n+1}(x))$$

и

$$F_2(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}\left(1 \Big/ \sqrt[n]{\frac{\overline{D_n(x)}}{|f'(x)|^n}}\right),$$

где определители D_n и $\overline{D}_n$ вычисляются на основании рекуррентных формул. И. Ф. Шелихова

2 В169. Транзитивность метода наименьших квадратов. Брудно А. Л. «Успехи матем. наук», 1960, 15, № 3, 137—138

Доказывается следующая теорема, имеющая важное практическое значение: Пусть для линейной функции $y = \sum_{k=1}^{n} c_k x_k$ задано $m+1$ групп чисел η_i; x_{1i}, $x_{2i}, \ldots, x_{ni}$ $(i = 1,2,\ldots,m+1)$ и по ним найдены (по методу наименьших квадратов) коэффициенты $\zeta_k^{(m+1)}$, приближающие неизвестные c_k, т. е. $\zeta_k^{(m+1)}$ выбраны так, чтобы обращалась в минимум форма F:

$$F = \sum_{i=1}^{m+1} (\nu_i^{(m+1)} - \eta_i), \text{ где } \nu_i^{(m+1)} = \sum_{k=1}^{n} \zeta_k^{(m+1)} x_{ki}.$$

Тогда те же значения $\zeta_k^{(m+1)}$ получатся, если сначала рассмотреть первые m групп η_i; x_{1i}, x_{2i}, …, x_{ni} $(i = 1,2,\ldots,m)$ и по ним найти (по методу наименьших квадратов) числа $\zeta_k^{(m)}$, $\nu_i^{(m)}$, а затем (используя полученные $\nu_i^{(m)}$ образовать новые $m+1$ групп $\nu_i^{(m)}$; x_{1i}, $x_{2i}, \ldots, x_{mi}$ $(i = 1,2,\ldots,m)$, $\eta_{i,m+1}$; $x_{1,m+1}$, $x_{2,m+1}, \ldots, x_{n,m+1}$ и по ним найти (по методу наименьших квадратов) коэффициенты $\zeta_k^{(m+1)}$. И. Ф. Шелихова

2 В170. К расчетам по равновысотным наблюдениям. Gougenheim André. Remarks on the computation of equal-altitude observations. Internat. Hydrogr. Rev., 1960, 37, № 1, 79—81 (англ.)

Задача одновременного определения широты и долготы по трем наблюдениям звезд, высоты которых равны между собой, может быть сведена путем введения новых неизвестных к решению системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными, затем широту и долготу можно найти из нелинейных зависимостей, связывающих их и высоту звезд с тремя новыми неизвестными. Метод дает возможность использовать бо́льшее число наблюдений, приближенно решая систему n линейных уравнений с тремя неизвестными методом наименьших квадратов. Этот метод удобен для обработки наблюдений с помощью вычислительных машин.

М. Л. Бродский

2 В171. О погрешности параболического интерполятора. Карибский В. В. «Изв. АН СССР. Отд. техн. н. Энерг. и автоматика», 1960, № 2, 210—212

Рассматривается принцип работы и дается анализ погрешностей параболического и линейного интерполяторов, обеспечивающих точность в пределах единицы выбранного масштаба. Показано, что в импульсных системах управления при законе интерполирования $y^* = AX^2 + BX$ (коэффициенты A и B вычисляются из условия прохождения траектории движения через заданные точки) аппроксимирующая кривая проходит при точном задании коэффициентов A и B через точки, в которых координаты X и Y имеют целочисленные значения и описанный метод интерполяции обеспечивает приход в заданную точку без ошибки; в случае приближенного задания коэффициентов параболы A и B погрешность накапливается по квадратичному закону, и точное попадание в заданную точку возможно, если дробная часть коэффициента B содержит столько разрядов, сколько их необходимо для задания величины интервала X. Получены оценки общей погрешности аппроксимации и выведены соотношения, позволяющие при линейно-квадратичной интерполяции обеспечить заданную точность обработки кривой в один импульс при $X_{max} = 2^k - 1$, где k — число знаков после запятой, сохраняемых при задании B. И. Ф. Шелихова

2 В172. О случайной интерполяции. Erdös P. On random interpolation. «J. Austral. Math. Soc.», 1960, 1, № 2, 129—133 (англ.)

Дается более точная, чем в более ранней работе (РЖМат, 1958, 1128) оценка для $M_n(t)$. Сформулирована теорема: $|M_n(t) - [(2/\pi)\ln\ln n + C]| < \varepsilon$ при любом заданном $\varepsilon > 0$, для всех $t \in [0, 1]$, кроме множества, мера которого стремится к нулю при $n \to \infty$. (C — константа). Доказана несколько более слабая теорема. М. Л. Бродский

2 В173. Квадратичная интерполяция по формуле Ньютона с разделенными разностями. Чайковская Э. Н. «Сб. стандартн. и типовых программ для БЭСМ.», М., АН СССР, 1960, 27—29

Приводится описание блок-схемы программы для трехадресной быстродействующей электронной цифровой машины и программа квадратичной интерполяции по формуле

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)[x_0x_1] + (x - x_0)(x - x_1)[x_0x_1x_2]$$

над n функциями, заданными в трех точках. Программа занимает места 0011÷0034. И. Ф. Шелихова

2 В174. Интерполяционная формула с кратными узлами Эрмита и ее конечноразностный аналог. Salzer Herbert E. Hermite's general osculatory interpolation formula and a finite difference analogue. «J. Soc. Industr. and Appl. Math.», 1960, 8, № 1, 18—27 (англ.)

Выводится интерполяционная формула для функции $f(x)$ с узлами $x_1, \ldots, x_n$ одинаковой кратности r. Запись менее развернута, чем в обычной формуле Эрмита; предлагаются методы вычисления коэффициентов разложения $\prod_{j \neq i} (x - x_j)^{-r}$ в ряд по $x - x_i$ (включая использование таблиц для возведения степенного ряда в целую степень). Строится конечноразностный аналог формулы Эрмита: даны (неравноотстоящие) точки x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ и узлы $x_i + kh$ $(k = 0, 1, \ldots, r-1)$, причем $rh \ll \min_{i \neq j} |x_i - x_j|$; заданы $\Delta^k f_i$ $(k = 0, 1, \ldots, r-1)$. Применение обычной интерполяционной формулы Лагранжа невыгодно с точки зрения точности вычислений; между тем вычисления по аналогу формулы Эрмита можно провести вполне аналогично случаю кратных узлов. М. Л. Бродский

2 В175. Приближенный расчет коэффициентов ряда Лагерра. Šalamon M. Přibližný výpočet koeficientů Laguerrovy řady. «Automatisace», 1959, 2, № 2, 59—60 (чешск.)

Работа посвящена одному методу приближенного вычисления коэффициентов разложения заданной функции по функциям Лагерра, т. е. по $l_k(at) = -\sqrt{2}\, e^{-at} \lambda_k(at)$, где $\lambda_k(x)$ — многочлен Лагерра. Упоминаются известные свойства ортогональности функций $l_k(at)$ и формула для соответствующих коэффициентов Фурье; излагается метод, опубликованный в работе (РЖМат, 1959, 11601), который использует интерполирование заданной функции $f(t)$ при помощи функции вида $g(t) = \sum_{k=0}^{g} c_k l_k(at)$, причем узлы интерполяции выбраны в нулях функции $l_{10}(at)$. Для коэффициентов c_k приведена формула $c_k = \sum_{i=1}^{10} b_{ki} f(t_i)$, $k = 0, 1, \ldots, 9$, причем числа b_{ki} размещены в таблице. Работа не содержит оценок для отклонения в каком-либо смысле функции $g(t)$ от $f(t)$ и других новых результатов. V. Doležal

2 В176. Численное определение коэффициентов Фурье периодической функции. Рамм Г. С. «Тр. Научно-техн. конференции Ленингр. электротехн. ин-та связи». Вып. 2. Л., 1960, 7—17

Дан вывод приближенных формул для расчета коэффициентов Фурье периодической (с периодом T) функции $f(t)$, заданной графически или аналитически, более точных, чем формулы Бесселя. Получены два варианта расчетных формул, различающиеся способом аппроксимации $f(t)$ внутри каждого из $2N$ равных участков, на которые разбит период. При этом $f(t)$ заменяется ступенчатой линией, или оказывается составленной из $2N$ линейных отрезков, которые могут и не соединяться между собой. Второй вариант формул рекомендуется для практических расчетов. Дается оценка абсолютной погрешности, получающейся при определении коэффициентов Фурье по приближенным формулам. Подробно описана методика проведения вычисления по этим формулам на специализированной вычислительной машине «Синтез», позволяющей суммировать тригонометрические полиномы. И. Ф. Шелихова

2 В177. Общий метод вывода квадратурных формул. Ghizzetti Aldo. Une méthode générale pour obtenir des formules de quadrature. «Proc. Internat. Congr. Mathematicians 1954, Amsterdam. Vol. 1. Groningen—Amsterdam», 1957, 454 (франц.)

2 В178. Анализ вопроса о задержке сдвига посредством разностных уравнений. Akao Shinsuke. Analysis of shear lag problems by means of difference equations. «Technol. Repts Osaka Univ.», 1959, 9, March, 91—99 (англ.)

Исследуются напряжения в пластинке, подкрепленной многими ребрами жесткости. Рассматривается статически неопределимая система. Для ее расчета применяется система ортогональных функций. Для однородного разностного уравнения составлены таблицы собственных функций. Д. Б. Тополянский

2 В179. Общие уравнения погрешности фотограмметрии и их практические применения. Hirvonen R. A. Fotogrammetrian yleiset virheyhtälöt ja niiden käytännöllinen soveltaminen. «Maanmittaus», 1959, 34, № 1-4, 32—45 (финск.; рез. нем.)

Составлены общие уравнения погрешности фотограмметрии и даны некоторые практические указания для аналитической аэротриангуляции при помощи электронных вычислительных машин. Д. Б. Тополянский

2 В180. Изогнутый волновод прямоугольного сечения. Кислюк М. Ж. «Тр. Научно-техн. конференции. Ленингр. электротехн. ин-та связи». Вып. 2. Л., 1960, 55—66

Исследована структура электромагнитного поля в круговых изгибах волноводов прямоугольного сечения. Получены приближенные аналитические выражения, составленные из элементарных функций и вполне пригодные для практических расчетов, для полей в изогнутом волноводе и коэффициентов распространения и затухания бегущих и местных волн. Рассматриваются круговые изгибы прямоугольных волноводов, возбуждаемые волной типа $H_{1,0}$ прямого волновода в плоскостях (векторов) H и E, причем поле в изогнутом волноводе представляется в виде суммы двух цилиндрических волн типа E и H. При выводе расчетных формул для решения волнового уравнения при изгибе волновода в плоскостях H и E применяется разложение в ряды. Дан анализ полученных результатов. Показано, что выведенные приближенные решения удовлетворяют условиям ортогональности. Прилагаются графики. И. Ф. Шелихова

2 В181. Решение одной задачи о стягивании контура нефтеносности с учетом различия вязкостей нефти и воды. Данилов В. Л., Скворцов В. В. «Изв. Казанск. фил. АН СССР. Сер. физ.-матем. и техн. н.», 1959, вып. 13, 37—48

Излагается решение задачи о стягивании первоначально кругового контура нефтеносности к эксцентрически расположенной скважине (задача Коши для нелинейного интегро-дифференциального уравнения) численным методом, предложенным ранее В. Л. Даниловым. Приводятся результаты решения рассматриваемой задачи на быстродействующей электронной цифровой машине «Стрела» при различных значениях эксцентриситета и параметра λ. Доказано, что излом линий тока на границе раздела жидкостей, учитываемый в приведенном расчете, существенно сказывается на скорости перемещения контура к скважине и пренебрежение им приводит к значительным погрешностям. Сопоставление с результатами расчета приближенными методами показывает, что метод неизменяемых трубок тока не дает в данной задаче истинного представления о влиянии различия вязкостей на перемещение контура. Приводятся графики. И. Ф. Шелихова

2 В182. Метод параболического приближения для автоматического расчета линз. Meiron J., Volinez G. Parabolic approximation method for automatic lens design. «J. Opt. Soc. America», 1960, **50**, № 3, 207—211 (англ.)

Излагается метод расчета линз, базирующийся на параболическом приближении функции нескольких переменных — расчетных параметров данной оптической системы. В рассмотренном случае применение изложенного метода имеет по сравнению с методом наименьших квадратов и методом наискорейшего спуска преимущество в быстрой сходимости. Рассмотрены вопросы программирования метода, изложены экспериментальные результаты в виде таблицы и графиков.

Д. Б. Тополянский

2 В183. Векторные методы в сферической астрономии. Kustaanheimo Paul. On vector methods in spherical astronomy. «Comment. phys.-math. Soc. scient. fennica», 1959, **24**, № 4, 12 pp. (англ.)

Некоторые вопросы сферической астрономии решаются при помощи метода, заключающегося в вычислении последовательных произведений единичных векторов, направленных от наблюдателя к соответствующим точкам на небесной сфере. Рассмотрено пять примеров.

Д. Б. Тополянский

2 В184. Вычисление коэффициентов некоторых линейных формул предсказания. Stoller D. S., Stoller L. C. Calculating the coefficients of certain linear predictors. «Math. Tables and Other Aids Comput.», 1959, **13**, № 66, 122—124 (англ.)

В терминах теории предсказания решается задача: найти значение в точке $n+1$ полинома k-й степени $Q_k(x)$, аппроксимирующего в среднем квадратичном с равным весом в точках $0, 1, \ldots, n$ функцию, заданную значениями в этих точках. Полином находится посредством разложения в ряд по полиномам Чебышева, ортогональным в смысле $(f, \varphi) = \sum_{i=0}^{n} f(i)\varphi(i)$. Составлены таблицы коэффициентов, непосредственно выражающих $Q_k(n+1)$ через $f(0), f(1), \ldots, f(n)$.

М. Л. Бродский

2 В185. К численным расчетам по проблеме различения. Uematu Tosio. Note on the numerical computation in the discrimination problem. «Ann. Inst. Statist. Math.», 1959, **10**, № 2, 131—135 (англ.)

В теории квантования Хаяси (РЖМат, 1959, 6081) ставится следующая задача. Объекты разбиты на s групп; производятся испытания m характеристик объекта, причем испытание l-й характеристики имеет l_l взаимно исключающих исходов. Пусть $\{l, \xi\} = \alpha$, α принимает $p = \sum_{l=1}^{m} l_l$ значений, x_α — случайная величина, принимающая значение 1, если исход испытания l-й характеристики есть ξ и 0, если этот исход не есть ξ. Известны корреляционная матрица B для величин x_α, диагональная матрица $N = \| \delta_{ij} P(\beta_j) \|_{i,j=1}^{s}$, где β_j — событие: объект входит в j-ю группу, матрица $A = \| E_j(x_\alpha) - E(x_\alpha) \|_{j=1,2,\ldots,s}^{\alpha=1,2,\ldots,p}$, где $E_j(x_\alpha) = E_{(\beta_j)}(x_\alpha)$ (условное математическое ожидание). Требуется так подобрать величины $w_\alpha (1 \leqslant \alpha \leqslant p)$, чтобы случайная величина $x = \sum_{\alpha=1}^{p} w_\alpha x_\alpha$ обладала свойством наилучшего межгруппового различения по данным испытаний характеристик. Тогда вектор $w = \{w_\alpha\}_1^p$ удовлетворяет уравнению

$$ANA^T w = \lambda B w, \qquad (1)$$

где λ — наибольшее собственное число. Иногда берется система собственных векторов w («различительных функций»); возможен и непрерывный (по исходам испытаний) аналог проблемы. При численном решении задачи существенно, что $s \ll p$ и что $r(A) \leqslant s-1$ (считаем, что $r(A) = s-1$). Вектор $Bw = A'c$, где A' — матрица A без последнего столбца, c — $(s-1)$-мерный вектор. Можно свести задачу к отысканию c, являющегося собственным вектором матрицы малого $(s-1)$-го порядка; в ходе решения нужно применять B^{-1}.

М. Л. Бродский

2 В186. К обобщению полигонометрических ходов. Braune Günther. Zur Generalisierung von Polygonzügen. «Bergakademie», 1959, **11**, № 9-10, 614—616 (нем.)

При проведении полигонометрического хода, т. е. при прокладывании на местности многоугольников или ломаных с измерением углов между соседними сторонами и длин сторон, необходимо провести после измерений увязывание измеренных величин, т. е. придание им наиболее вероятных совместимых значений с учетом точности измерений. На практике часто встречается, что несколько сторон ломаной близки к единому отрезку. В этом случае предлагается «обобщить», т. е. укрупнить полигонометрический ход, рассматривая каждую такую ломаную, как обобщенную сторону. Выводятся формулы средних квадратичных погрешностей длин обобщенных сторон и углов между ними для увязывания обобщенного многоугольника. Предлагаемый метод упрощает вычисления по увязыванию без существенного снижения точности.

М. Л. Бродский

2 В187. Исследование пространственной устойчивости параболических арок матричным методом. Мулин С. М. «Сб. научн. тр. Томский электромехан. ин-т инж. ж.-д. трансп.», 1959, **28**, 283—297

Матричный метод упругих грузов А. Ф. Смирнова применяется к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений, к которой сводится задача об устойчивости параболической арки прямоугольного сечения, нагруженной вертикальной, равномерно распределенной нагрузкой (рассмотрен случай, когда нагрузка при потере устойчивости остается параллельной начальной плоскости арки). Исследована устойчивость двухшарнирной арки при симметричной форме потери устойчивости. Дан расчет устойчивости бесшарнирной арки при условии, что первая (симметричная) форма потери устойчивости бесшарнирной арки подобна второй (кососимметричной) форме двухшарнирной арки (аналогично деформации прямого стержня постоянного сечения). Выводится развернутая формула для критической нагрузки бесшарнирной арки, связывающая непосредственно коэффициент устойчивости с параметром m. Достаточная точность выведенной формулы подтверждается результатами сравнения с коэффициентами устойчивости, получающимися при численном интегрировании исходной системы дифференциальных уравнений по методу Адамса-Штёрмера. Изложенное проиллюстрировано примерами.

И. Ф. Шелихова

2 В188. Расчет тонкостенных двутавровых балок на устойчивую прочность. Мулин С. М. «Сб. Научн. тр. Томский электромехан. ин-т инж. ж.-д. трансп.», 1959, **28**, 3—21

Дается пригодный при любых сложных нагрузках и имеющий важное практическое значение, особенно для балок с малым значением критического параметра, расчет тонкостенной двутавровой балки на устойчивую прочность при внецентренном приложении поперечной нагрузки матричным методом А. Ф. Смирнова. Для случая шарнирно-опертой балки система обыкновенных дифференциальных уравнений равновесия, составленных с учетом влияния деформаций, приводится к одному дифференциальному уравнению относительно угла закручивания, к которому применяется матричный метод определения изгибно-крутильных факторов. Получены простые матричные формулы для углов закручивания и изгибно крутящих моментов. Указывается, что приближенная формула дает вполне удовлетворительные результаты как для максимального угла закручивания посредине пролета, так и для углов закручивания остальных сече

ний. Выведены удобные для расчетной практики приближенные формулы максимального бимомента в сечении под силой в случае загружения балки одной сосредоточенной нагрузкой. Дан пример расчета на устойчивую прочность сварной двутавровой балки в предположении, что силы приложены на уровне оси балки и с учетом эффекта превышения при действии нагрузок по верхнему краю. Результаты расчета изложенным методом сравниваются с расчетом на стесненное кручение
И. Ф. Шелихова

2 В189. Введение в приближенные вычисления. Francia Giovanni. Introduzione al calcolo numerico approssimato. «Period. mat.», 1960, **38**, № 1, 44—62 (итал.)

Излагаются элементы арифметики приближенных чисел. Рассматриваются две задачи: 1) по известным погрешностям компонентов действия определить погрешность результата; 2) с какой точностью взять компоненты действия, чтобы получить результат с заданной точностью. Даны оценки погрешности результатов при выполнении над приближенными числами умножения, деления, возвышения в степень и извлечения корня. Рассмотрены примеры. Д. Б. Тополянский

2 В190. Графоаналитический метод и графоаналитические таблицы для вычисления разностей координат и высот и т. д. Petrov M. Graphoanalytische Methode und graphoanalytische Tabellen zur Berechnung der Koordinaten- und Höhenunterschiede usw. «Freiberger Forschungsh.», 1960, **A**, № 146, 255—293 (англ.)

Ограничиваясь двумя членами ряда Тейлора, автор получает приближенные формулы для вычисления разностей координат, применяемые в геодезических и маркшейдерских расчетах. Оценка погрешности отсутствует. Составлены таблицы. Д. Б. Тополянский

2 В191. Номограммы для определения пористости образцов горных пород. Минков Н., Куртев Т., Петров Р., Матеева Л. Номограми за определяне пористостта на скалните образци. «Научни тр. Висш. лесотехн. ин-та», 1958, **6**, 275—284 (болг.; рез. нем.)

Шесть номограмм различных типов для формулы

$$m = 100\frac{P_н - P_с}{P_н - P_т}, \qquad (1)$$

построенные в пределах $0 \leqslant m \leqslant 50\%$; $8г \leqslant P_н \leqslant 45г$; $5г \leqslant P_с \leqslant 35г$; $4г \leqslant P_т \leqslant 20г$. Формула (1) применяется при минералогических и геологических исследованиях, например, при анализах горных пород на содержание в них нефти или газа.

Из приведенных номограмм автор считает наиболее удобной «прямоугольную» номограмму, т. е. номограмму из выравненных точек с ортогональным бинарным полем, в котором оба семейства параллельных прямых заменены перпендикулярными к ним шкалами (РЖМат, 1960, 9639). Г. С. Хованский

2 В192. Пример сплетения, не приближаемого выпрямляемыми сплетениями. Крейнес М. А., Вайнштейн И. А., Айзенштат Н. Д. «Докл. АН СССР», 1960, **131**, № 2, 249—252

В работах (РЖМат, 1957, 6722; 1960, 8337) построен пример функции, заданной на сетке, не номографируемой, но аппроксимируемой номографируемыми функциями, а также пример функции, не номографируемой в единичном квадрате. Целью настоящей заметки является построение примера функции, уже не аппроксимируемой номографируемыми функциями. Резюме авторов

2 В193. О локальном номографировании без допустимых преобразований. Сморкачев Е. Т. «Докл. АН СССР», 1959, **129**, № 6, 1242—1245

В настоящей работе, являющейся продолжением прежней работы автора (РЖМат, 1961, 1В301), приводятся формулы для последней группы коэффициентов a_5, b_5, c_5, β_4, γ_4 локального определителя Массо $\Delta(x, y, z)$, осуществляющего локальное номографирование функции $z = f(z, y)$ до малых 6-го порядка. Резюме автора

2 В194. Бинарная анаморфоза N-рациональных уравнений. Николаев П. В. «Тр. Уральского политехн. ин-та», 1958, сб. 74, 120—130

Подробное изложение ранее опубликованных результатов (РЖМат, 1955, 1971), относящихся к указанной в наименовании теме. Г. Е. Джемс-Леви

2 В195. Наилучшее проективное преобразование шкал у номограмм из выравненных точек. Radó Francisc. Cea mai bună transformare proiectivă a scărilor la nomograme cu puncte aliniate. «Studii şi cercetări mat. Acad. RPR Fil. Cluj», 1957, **8**, № 1-2, 161—168 (рум.; рез. русск., франц.)

Рассматривается проективное преобразование шкал (прямолинейных, с неподвижными концами). Устанавливается, что преобразованная шкала будет давать наименьшую из возможных абсолютную (или относительную) погрешность, если наибольшая ее плотность получится на середине шкалы, или если в двух точках, находящихся в верхней и нижней части шкалы, плотность (максимальная) окажется одинаковой.

2 В196. Анаморфоза уравнений, допускающих простой A-множитель. Николаев П. В. «Тр. Уральского политехн. ин-та», 1958, сб. 74, 131—140

Рассматривается вопрос о существовании анаморфозы

$$A(x, y)[f_3(z)K(x, y) + \varphi_3(z)L(x, y) + \psi_3(z)M(x, y)] \equiv \equiv \begin{vmatrix} f_1 & \varphi_1 & \psi_1 \\ f_2 & \varphi_2 & \psi_2 \\ f_3 & \varphi_3 & \psi_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Используется терминология функций комплексного переменного.

2 В197. О наилучшем построении криволинейной шкалы приближенной номограммы Коши. Смирнов С. В., Потапов М. К. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. матем., механ., астрон., физ., химии», 1959, № 5, 165—170

Применение методов теории аппроксимации к построению приближенной номограммы Коши приводит к простому и наглядному способу восстановления криволинейной шкалы наилучшей приближенной номограммы в случае, когда заданы две другие ее шкалы. Пусть для уравнения $z = \varphi(x, y)$ заранее задана номограмма Коши с прямолинейными параллельными шкалами, расстояние между носителями которых равно единице. При некоторых ограничениях, наложенных на уравнение $z = \varphi(x, y)$ и элементы определителя Массо, составляется такое уравнение Массо, решение $z = \psi(x, y)$ которого в некотором смысле наилучшим образом приближает функцию $z = \varphi(x, y)$ в замкнутом прямоугольнике. Таким образом задача о приближении функции $\varphi(x, y)$ сводится к подбору непрерывных функций $a(y)$ и $b(y)$ так, чтобы равномерно приблизить наилучшим образом в замкнутом прямоугольнике D функцию $\varphi(x, y)$ при помощи $G[a(y)f(x) + b(y)]$, т. е. реализовать минимум функционала $\max_D |v(x, y)| = \max_D |\varphi(x, y) - G[a(y)f(x) + b(y)]|$ на множестве непрерывных в D функций одной независимой переменной. Показывается, что решение этой задачи существует и наилучшее приближение $d = \min_{a,b}\max_D |v(x, y)|$ выражается формулой $d = \max_{y_0}\min_{a,b}\max_x |v(x, y_0)|$. Доказано, что для наилучшего приближения d справедлива оценка: $d \leqslant kd^*$, где k — верхняя грань абсолютной величины производной $G'(u)$, d^* — наилучшее равномерное приближение функции $g[\varphi(x, y)]$ посредством выражения $f(x)a(y) + b(y)$. Проведено исследование полученного решения. Указан порядок приближенного построения номограмм, и подробно описана схема расчета. Отмечается, что указанный способ построения ответной шкалы номограммы дает хорошие результаты при практическом построении. И. Ф. Шелихова

2 В198. Применение условий А. И. Молдавера для получения приближенного значения корней алгебраических уравнений высших степеней. Денисюк А. И. «Сб. научн. работ. Моск. ин-т нар. х-ва», 1959, вып. 15, ч. 2, 28—35

Получены номограммы из выравненных точек, позволяющие определять действительные корни алгебраических уравнений четвертой, пятой и шестой степеней. Для построения номограмм использованы условия А. И. Молдавера представимости левой части уравнения $A_1(u)P_{23}(v, w)+A_2(u)P_{31}(v, w)+A_3(u)P_{1,2}(v, w)=0$ в виде определителя Массо, умноженного на функцию двух переменных v и w, в том виде, в каком они получены С. В. Бахваловым (Уч. зап. Моск. обл. пед. ин-та, 1950, **15**). Выводятся уравнения шкал для общих уравнений четвертой, пятой и шестой степеней. Вследствие однотипности уравнений шкал для определения корней уравнений четвертой и пятой степеней, приводится одна транспарантная номограмма, состоящая из основной и подвижной частей, и описывается методика ее применения. Приведены числовые примеры.

И. Ф. Шелихова

2 В199 К. Номография. Levens Alexander Sander. Nomography. 2nd ed. New York, Wiley; London, Chapman and Hall, 1959, viii, 296 pp., ill., 68 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 523, 11 (англ.)

2 В200 К. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. Lance Godfrey Newby. Numerical methods for high speed computers. London, Iliffe and Sons, 1960, x, 166 pp., ill., 42 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 548, 11 (англ.)

2 В201 Д. Новый численный метод для решения уравнения устойчивости синхронной машины. Ameling Walter Werner. Eine neue Rechenmethode zur Lösung der Stabilitätsgleichung der Synchronmaschine.— Diss., Fak. Maschinenwesen und Elektrotechnik, Techn. Hochschule, Aachen, 1959. Hamburg, 1959, 98 S., ill. «Dtsch. Nationalbibliogr.», 1960, **B**, № 9, 854 (нем.)

ТАБЛИЦЫ

2 В202. Полные эллиптические интегралы. Лундский университет, отдел численного анализа. Таблица 2. Fröberg Carl Erik. Complete elliptic integrals, Lund University, Department of Numerical Analysis, Table № 2. CWK Gleerup, Lund, 1957, 82 pp. 10 kr. (англ.)

Протабулированы с 10 десятичными знаками интегралы K, K', E, E' и вспомогательные функции $S=K'-\log 4k^{-1}$ $S'=K-\log 4(k')^{-1}$ для $k=0(0{,}001)0{,}9(0.0001)1$.

John Todd

Перевод из Math. Revs, 1958, **19**, № 1, 68.

2 В203. Новые таблицы функций рассеяния Ми для сферических частиц. Penndorf Rudolf, Goldberg Bernice. New tables of Mie scattering functions for spherical particles. Air Force Cambridge Res. Center, Bedford, Mass, Geophys. Res. Papers, 1956, **45**, iii+232, pp. 81 (англ.)

Протабулированы функции

$$a_m(\alpha, n)=(-1)^{m+\frac{1}{2}}\frac{S'_m(\beta)S_m(\alpha)-nS'_m(\alpha)S_m(\beta)}{S'_m(\beta)\Phi_m(\alpha)-n\Phi'_m(\alpha)S_m(\beta)},$$

$$b_m(\alpha, n)=(-1)^{m+\frac{1}{2}}\frac{nS'_m(\beta)S_m(\alpha)-S'_m(\alpha)S_m(\beta)}{nS'_m(\beta)\Phi_m(\alpha)-\Phi'_m(\alpha)S_m(\beta)},$$

где $S_m(x)$ и $C_m(x)$ — функции Риккати—Бесселя

$$\sqrt{\frac{1}{2}\pi x}J_{m+\frac{1}{2}}(x)$$

и $(-1)^m\sqrt{\frac{1}{2}\pi x}J_{-m-\frac{1}{2}}(x)$, $\Phi_m(x)=S_m(x)+iC_m(x)$,

штрих означает производную по отношению α или β и $\beta=\alpha n$. Приведены вещественная и мнимая части a_m и b_m для $n=1{,}40$ и для $\alpha=0{,}1\,(0{,}1)\,30$, $m=0(1)m_\alpha$. Новые типичные значения m_α суть

α: 0,1; 1; 2; 5; 10; 20; 30

m_α: 2; 5; 7; 12; 18; 31; 43.

J. C. P. Miller

Перевод из Math. Revs, 1948, **19**, № 2, 181.

2 В204 К. Пятизначные логарифмо-тригонометрические таблицы для нового разбиения (на сто частей). Gauß F. G., Gobbin H. H. Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln für neue (centesimale) Teilung 41.—45. Aufl. Hrsg. Stuttgart, Wittwer, 1960, 189, XXIV S., 6.50 DM. «Dtsch. Nationalbibliogr.», 1960, **A**, № 20, 1381 (нем.)

2 В205 К. Обратные значения целых чисел от 1000 до 9999, предназначенные для удобства вычисления отношений и дробей на механических вычислительных машинах. Redding Thomas Henry. Reciprocals of the integers from 1000 to 9999. Arranged for use with mechanical calculating machines to facilitate the evaluation of quotients and compound fractions. London, Taylor and Francis, 1960, vii, 44 pp., ill., 18 sh. 6 d. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1960, № 538, 9 (англ.)

2 В206 К. Таблица функций Бесселя от действительного аргумента и интегралов от них. Chistova E. A. Tables of Bessel functions of the true argument and of integrals derived from them. London, Pergamon Press, 1959, 525 pp., ill., 5 £. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1959, № 495, 9 (англ.)

См. РЖМат, 1959, 10519К.

2 В207 К. Таблицы круговых и гиперболических тангенсов и котангенсов в радианной мере угла. Обработка таблиц и перев. текста с англ. М. Г. Раппопорта. М., Вычисл. центр АН СССР, 1959, 411 стр., илл., 21 р. 40 к.

Вып. 6 «Библиотеки математических таблиц», издаваемой Вычислительным центром АН СССР. Этот выпуск (оригинал: Tables of circular and hyperbolic tangents and cotangents for radian arguments. (Prepared by the Mathematical Tables project, National Bureau of Standards. Columbia Univ. Press, New York) можно рассматривать как прямое продолжение вып. 1 (РЖМат, 1960, 9663К), посвященного таблицам круговых и гиперболических синусов и косинусов. Во всех приводимых таблицах достаточно пользоваться линейной интерполяцией за исключением окрестностей точек разрыва функций. Ошибка округления в табличных значениях не превосходит 0,55 единицы последнего знака. В книге имеются следующие таблицы: 1) Таблица круговых и гиперболических тангенсов с 8-значащими цифрами для $x=0(0{,}0001)0{,}01$, с 9 десятичными знаками для $x=0{,}01\,(0{,}0001)\,0{,}1$, с 8-значащими цифрами для $x=0{,}1\,(0{,}0001)\,2$. 2) Таблица круговых котангенсов с 8 десятичными знаками для $x=0(0{,}0001)0{,}1$, с 8-значащими цифрами для $x=0{,}1\,(0{,}0001)\,1{,}57$, с 13 десятичными знаками для $x=1{,}57\,(0{,}0001)\,1{,}575$, с 8-значащими цифрами для $x=1{,}575(0{,}0001)2$. 3) Таблица гиперболических котангенсов с 8 десятичными знаками для $x=0(0{,}0001)0{,}1$, с 8-значащими цифрами для $x=0{,}1\,(0{,}0001)\,2$. 4) Таблица круговых и гиперболических тангенсов и котангенсов с 10 десятичными знаками для $x=0\ (0{,}01)/10$. 5) Таблица перевода градусов, минут и секунд в радианы и обратно; значения $p(1-p)/2$ для $p=0(0{,}001)1$; значения $E=p(1-p^2)/6$ и $F=q(1-q^2)/6$ для p, $q=0(0{,}001)1$ с 6 десятичными знаками; наконец, числа кратные $\pi/2$.

М. К. Керимов

2 В208 К. Таблицы вероятностных функций.

$$H'(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2} \text{ и } H(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\alpha^2}d\alpha.$$

Т. I. Обработка таблиц и перев. текста с англ. Л. С. Барк. Вычисл. центр АН СССР, М., 1958, XVI, 302 стр., 14 р. 65 к.

Книга является вып. 2 «Библиотеки математических таблиц», издаваемой Вычислительным центром АН СССР (РЖМат, 1960, 9663К). Оригинал книги (Tables of probability functions, vol. 1.

$$H'(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2} \text{ and } H(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\alpha^2}d\alpha,$$

National Bureau of Standards, U. S. A.) был впервые издан в 1941 г. Настоящие таблицы являются наиболее полными из всех существующих аналогичных таблиц. Они очень удобны для большинства практических вычислений, так как линейная интерполяция обеспечивает в значениях функций не менее семи верных десятичных знаков. Кроме того, высокая точность делает их ценными для многих теоретических исследований. При переиздании книги были исправлены ошибки, замеченные после выхода оригинала, а также ошибка, орнаруженная при проверке таблиц. В книге приведены таблицы функций $H^1(x)$ и $H(x)$ для $x=0(0{,}0001)1(0{,}001)5$(переменный) 5,946 с пятнадцатью десятичными знаками (таблица I) и значения функций $H^1(x)$ и $1-H(x)$ для $x=4(0{,}01)10$ с восемью значащими цифрами (таблица II). В начале книги приводятся некоторые сведения о методах вычисления таблиц и библиография. М. К. Керимов

2 В209 К. Субтабулирование. Дополнения к книге «Интерполирование и связанные с ним таблицы».— Subtabulation. A companion booklet to Interpolation and Allied Tables. London, H. M. S. O., 1958, 54 pp., 7 sh. 6 d.) (англ.)

В книгу включен материал, который не был помещен в книгу «Интерполирование и связанные с ним таблицы» (РЖМат, 1960, 7035К), чтобы не увеличивать ее объем и не затруднять пользование ею в повседневной вычислительной работе специалистов-вычислителей. Настоящая книга также является настольным пособием вычислителя. В ней систематически излагаются методы субтабулирования, ставшие основными при составлении математических таблиц. Книга состоит из четырех частей.

В первой части, являющейся вводной, дается сравнение различных методов субтабулирования и их точности, приводится употребляемая символика и терминология при субтабулировании и библиография. Во второй части излагаются прямые методы субтабулирования, основанные на непосредственном применении различных интерполяционных формул (Бесселя, Лагранжа, Эверетта, формулы, основанные на методе спуска). Здесь же приводятся соответствующие таблицы интерполяционных коэффициентов и таблицы разностей, а также различные готовые формулы для субтабулирования. В третьей части излагается метод заранее вычисленных вторых разностей. Этот метод специально разработан для проведения субтабулирования на настольных вычислительных машинах. Приводятся готовые формулы для субтабулирования, соответствующие таблицы, сравнивается их точность и дается большое число примеров для иллюстрации метода. В четвертой части описывается один метод субтабулирования, приспособленный для работы на больших суммирующих вычислительных машинах. Описывается теория этого метода, приводятся соответствующие таблицы и даются примеры. К. А. Карпов

См. также: 2А245, 2Б267, 2Б275, 2Б281, 2Б295.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

Редактор *Д. Ю. Панов*

2 В210. Современная вычислительная техника. Inzinger R. Moderne Rechentechnik. «MTW-Mitt.», 1958, 5, № 5, 285—287 (нем.)

2 В211. УКТ в Европе. England J. L. The U. C. T. in Europe. «Comput. Bull.», 1960, 3, № 5-6, 79—82 (англ.)

В последней модели вычислительной машины УКТ (UCT), называемой также УНИВАК-90 или УНИВАК-80 в зависимости от применяемого перфорационного оборудования (90- или 80-колонного), используются транзисторы, магнитные сердечники и ферракторы. Машина состоит из блоков: 1) центральный блок обработки; 2) блок считывания с перфокарт, работающий со скоростью 150 карт в 1 мин.; 3) быстродействующее устройство считывания с перфокарт (450 в 1 мин.); 4) быстродействующая печать (600 строк в 1 мин.). На выполнение операций сложения (без учета времени выборки) машина затрачивает 85 мксек., — умножения 102—1790 мксек., — деления 425—1960 мксек. Основное запоминающее устройство собрано на магнитном барабане емкостью 5000 слов. Время выборки слова из запоминающего устройства 3,4 мсек. 1000 ячеек магнитного барабана используются как оперативная память со средним временем выборки 850 мксек. Имеется 3 регистра для арифметических операций и один — для хранения выполняемой команды. Устройство ввода фирмы «Ремингтон Ренд» использует 90-колонные перфокарты. На карте имеются двойные 45-колонные позиции, на которых может фиксироваться десятичный код и буквы. В машине предусмотрен программный контроль. Стоимость системы 124000 ф. ст. В УКТ используется 1+1-адресная система. Для нее разработано устройство по автоматическому программированию и упрощенный язык программирования, известный под названием «флоуматик» (flowmatic). Благодаря этому новичок осваивает программирование за две недели. 10 машин этого типа установлено в Швейцарии и 12 в Германии. Приводятся данные эксплуатации машины швейцарской фирмой «Hug and Co. A. G.» по производству обуви и немецкой фирмой GEG в Гамбурге. Первая использует машину для: 1) планирования и контроля за производством; 2) контроля за сырьем и запасами; 3) расчета заработной платы; 4) подсчета расходов и доходов; 5) прогнозирования цен; 6) финансовых расчетов (себестоимость, продажная стоимость); 7) подсчета выходной продукции (на продажу и в склады); 8) анализа фактуры. Для выполнения этих работ составлено около 70 программ. Ежедневно машина работает по 9 час. Из них один час отводится на профилактический ремонт. Менее 2% рабочего времени занимает исправление поломок. Чаще выходят из строя механические устройства. У фирмы «GEG» машину обслуживают оператор с помощником, 2 инженера, 2 программиста и 3 представителя от производства. Кроме того, имеется 30 перфораторщиц и другой обслуживающий персонал. Отмечается низкая стоимость эксплуатации вычислительной машины. В. Д. Савицкий

2 В212. Вычислительная машина ЦРА-1 —. Der Rechenautomat ZRA 1. «Elektronik», 1960, **9**, № 9, 274 (нем.)

См. РЖМат, 1960, 7045.

2 В213. Цифровая вычислительная машина с набором магнитных карт. Holloran Thomas P. The magnetic ledger-card computer. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif.», 1958. № T-107. New York, 1959, 239—242. Discuss., 243—244 (англ.)

Существующие системы обработки данных, применяемые в небольших деловых операциях, обычно используют набор карт в качестве одного из узлов основного внешнего запоминающего устройства для целей счета и чтения-записи информации. Набор карт представляет собой комбинацию имеющихся данных, текущих данных и относительно фиксированных данных, сгруппированных по некоторым общим важным характеристикам. Эти данные представлены в обычной читаемой форме. К данным обеспечен произвольный доступ без помощи машины. Недостатком набора карт является то, что данные не могут считываться машиной. В статье излагается система, которая позволяет считывать данные с набора карт небольшой вычислительной машиной, которая имеет внутреннюю программу на сто слов и состоит полностью из полупроводниковых элементов в вычислительной секции и имеющую в качестве основного устройства ввода-вывода счетную машину. Машина оперирует только с цифрами и имеет длину слова 10 десятичных слогов (с фиксированной запятой). Запоминающее устройство выполнено на магнитных сердечниках. В качестве главного внешнего запоминающего устройства используется набор магнитных карт. Для считывания и записи информации предусмотрено специальное устройство. Имеется световое табло, на котором фиксируется код операции текущей инструкции и адрес следующей инструкции. Данные на карте печатаются магнитными чернилами. На карте имеется место для полупеременных данных (которые редко изменяются) и для переменных данных. Удельная емкость карты составляет десять десятичных слогов на используемый дюйм магнитной полоски. Общая емкость карты составляет около 100 слогов с переменной длиной слова, конец слова маркируется специальным маркером. Карты имеют ширину от 125 до 400 *мм*. В процессе обработки данных набор магнитных карт подается в специальное устройство считывания, откуда данные поступают в ферритовое запоминающее устройство в вычислительной машине. Новые данные вводятся с помощью клавишного устройства механической счетной машины в ферритовое запоминающее устройство цифровой вычислительной машины, которая выполняет необходимые вычисления и выдает данные на печатающее устройство и на записывающее на набор карт устройство. При работе оборудования на составление отчетных документов добавляется выводное устройство на перфоленте и перфокартах. Сама вычислительная машина является последовательной, что снижает ее стоимость. Важной особенностью ферритового запоминающего устройства машины является то, что оно работает в очень широком температурном диапазоне, равно как и остальные элементы машины. Мощность, потребляемая машиной, 500 *вт* благодаря отсутствию электронных ламп и использованию диодной логики и логики на сопротивлениях. Во всех случаях активными элементами являются транзисторы. Построенные макеты системы показали ее работоспособность и широкую область применения. Г. Х. Новик

2 В214. Электронная вычислительная машина ИБМ-1620 —. Il calcolatore elettronico IBM 1620. «Schede perfor. e calcolo elettron.», 1959, **5**, № 30, 259—260 (итал.)

В ноябре 1959 г. в Италии было объявлено о выпуске новой цифровой вычислительной машины ИБМ-1620, специально приспособленной для решения научно-технических задач. Машина легко транспортабельна, ее габариты сведены до размеров письменного стола. Утверждается, что с помощью этой машины электронный счет сводится на уровень использования обычных настольных машин. Машина построена целиком на транзисторах. Запоминающее устройство на магнитных сердечниках имеет емкость 20 тыс. позиций для алфавитно-цифровых данных. Данные запоминаются и обрабатываются в форме десятичных разрядов; длина слова переменная, причем используются только те позиции, которые необходимы для представления данного числа. Например, число 12 представляется в машине только двумя позициями в то время, как в обычной машине с фиксированной запятой для этого потребовалось бы, например, 10 позиций памяти, из которых 8 были бы равны нулю. Машина состоит из двух блоков — блока обработки информации и блока внешних устройств. Арифметические операции сложения, вычитания и умножения выполняются путем использования встроенных таблиц, деление идет по подпрограмме. Сложение или вычитание двух пятизначных чисел осуществляется за 560 *мксек.*, включая обращение к запоминающему устройству. Умножение производится за 5,96 *мсек.* Правильность выполнения всех внутренних операций контролируется. Ввод данных производится с бумажной ленты или при помощи специальной пишущей машинки. Скорость ввода с ленты по 8 каналам 150 литер в 1 сек. Вывод на ленту — перфорация по 8 каналам со скоростью 15 литер в 1 сек. или печать на специальной машинке со скоростью 10 литер в 1 сек. Система команд — двухадресная. Одна команда может служить для позиционирования, выполнения и запоминания суммы двух чисел или для перемещения из одного положения в другое целой группы данных, независимо от ее длины. Для программирования на машине ИБМ-1620 используются усовершенствованные методы ФОРТРАН и система символического программирования. Кроме того, для нее имеется библиотека проверенных программ, содержащая матричные расчеты, решение обыкновенных дифференциальных уравнений, линейное программирование и др. Имеются также специальные программы для нефтяной промышленности, инженерных расчетов, расчета оптических систем. Применения: проектирование дорог и мостов, распределение нефтепродуктов, управление трубопроводным транспортом, просчет лучей через оптические системы, моделирование процессов очистки нефти, распределение электроэнергии.

И. В. Лебедев

2 В215. Вычислительная машина на транзисторах—. Transistorized computer. «Automat. Progr.», 1960, **5**, № 6, 217 (англ.)

Приведены основные параметры цифровой машины ИБМ-7080, которая получена путем перевода на транзисторы машины ИБМ-705. Новая машина значительно быстрее любой другой серийной машины ИБМ и более экономична. Она может выполнять в 1 сек. 303 000 логических операций или записать (или считать) на магнитную ленту 312 000 знаков. Операция сложения выполняется за 12 *мксек.*, среднее время умножения равно 140 *мксек.* Машина может производить запись или считывание одновременно на пяти независимых магнитных лентах со скоростью 62 500 знаков для каждой и в то же время выполнять внутренние вычисления или операции передачи данных. Главное запоминающее устройство на магнитных сердечниках имеет время выборки 2,18 *мксек.* и обладает емкостью в 160 000 знаков. Имеется вспомогательное запоминающее устройство на 1024 знака со временем выборки 1,09 *мксек.* В машине ИБМ-7080 имеются те же команды, что и в ИБМ-705, и, кроме того, 15 новых. Эти новые команды дают возможность выполнять на машине одновременно две независимые программы. Новая машина требует на 50% меньше энергии и воздуха для охлаждения и занимает на 30% меньше места, чем ИБМ-705. Дальнейшее уменьшение занимаемой площади может быть достигнуто пу-

тем использования системы 1401 для построчной печати выходных данных машины. В. А. Брик

2 В216. Новые принципы в ГАММА-60—. Gamma 60 — a new concept. «Data Process.», 1960, 2, № 1, 26—31 (англ.)

Дается подробное описание принципа построения и работы системы ГАММА-60 (РЖМат, 1959, 9523, 10535; 1960, 960). Подчеркивается, что одновременное выполнение нескольких программ — новый путь развития вычислительной техники. Фирма-изготовитель получила заказы на 9 таких систем от страховых компаний, банков, французской ж. д. и Бельгийского телефонного и телеграфного общества. Система предназначена для широкого круга задач (составление платежных ведомостей, управление предприятиями, анализ рынка, задачи технического конструирования и др.). Средняя цена системы 500 000 фунтов стерлингов. При конструировании системы исходили из статистических данных: при выполнении программы одно слово из каждых трех-четырех проходит через арифметический блок, одно из 10—30 — через запоминающее устройство и только одно из 400 проходит через устройство ввода-вывода. В соответствии с этим выбиралось быстродействие блоков. В системе ГАММА-60 насчитывается около 35 000 транзисторов и диодов. Элементы смонтированы в виде съемных блоков. В. Д. Савицкий

2 В217. Машина для обработки данных «Меркурий». Bürger. Mercury—Datenverarbeitungsanlage. «Feingerätetechnik», 1960, 9, № 3, 133 (нем.)

Сообщается о выпуске фирмой «Ферранти» цифровой вычислительной машины «Меркурий». Машина работает с плавающей запятой. Время выполнения операции сложения 0,18 мсек., умножения 0,3 мсек., деления 3 мсек. Оперативное запоминающее устройство на магнитных сердечниках имеет емкость 1024 40-разрядных слова и на магнитных барабанах 16 384 слова. Имеется возможность применения запоминающего устройства с записью на магнитной ленте. Ввод и вывод данных осуществляется при помощи перфоленты со скоростью 300 считываний в 1 сек. (для ввода) или 240 записей (для вывода). Предусмотрена возможность включения в состав машины устройства для считывания вводимых данных с перфокарт со скоростью 200 карт в 1 мин. и для записи на перфокарты со скоростью 100 карт в 1 мин.

И. Д. Алимов

2 В218. Идеализированная цифровая машина с исправлением ошибок, содержащая устройство, только обнаруживающее ошибки. Kilmer William L. An idealized over-all error-correcting digital computer having only an error-detecting combinational part. «IRE Trans. Electron. Comput.», 1959, 8, № 3, 321—325 (англ.)

Рассматривается блок-схема цифровой вычислительной машины с исправлением ошибок, обеспечивающая высокую степень надежности. Такая цифровая машина позволяет исправить определенное число ошибок, сделанных этой машиной за определенный интервал времени. При этом используется логическая схема, позволяющая только обнаруживать ошибки. Повышение надежности обеспечивается за счет избыточности машинного времени, затрачиваемого на выполнение операций. Метод повышения надежности состоит в сочетании методов дублирования и методов введения избыточности в кодировании, следующих из общей теории кодирования.

В. Г. Парамонов

2 В219. Конструкция цифровых вычислительных систем из стандартных транзисторных элементов. Cloot P. L., Jackson G. E. The construction of a digital-computing system from a basic transistor circuit. «Electron. Engng», 1960, 32, № 383, 37—43, 62, 66 (англ.; рез. франц., нем.)

Описывается метод конструирования цифровых вычислительных систем путем соединения идентичных элементарных схем. Элементарная схема состоит из транзистора, емкости и трех сопротивлений. Использование стандартных элементарных схем допускает применение сокращенных обозначений при их вычерчивании на схеме машины. На примере цифровой вычислительной машины для десятично-двоичного и двоично-десятичного преобразований, разработанной специально для демонстрационных целей, рассмотрена возможность применения этого метода. Описана логика работы машины, механическая конструкция и электрический монтаж, делающие машину весьма компактной, простой и надежной в эксплуатации. Машина состоит из 4 секций, в каждой по 22 одинаковых съемных блока. В одном съемном блоке размещены 4 раздельные элементарные схемы. Съемные блоки вставляются в гнезда, соединенные между собой печатным промежуточным монтажом. Машина работает последовательно на частоте примерно 7,5 *кгц*, оперируя с двенадцатиразрядными числами. Впервые машина экспонировалась на выставке Физического общества в январе 1958 г. Ц. А. Шенфельд

2 В220. Матричное запоминающее устройство на твисторах для полупостоянной информации. Looney Duncan H. A twistor matrix memory for semipermanent information. «Proc. West. Joint Comput. Conf., San. Francisco, Calif.», 1959, New York, 1959, 36—41 (англ.)

Фирмой «Белл Телефон Лабораторис» разработано стандартное запоминающее устройство с произвольным быстрым выбором информации и редкой записью, имеющее емкость 512 26-разрядных двоичных чисел. Информация записывается расположением постоянных магнитов на пластиковой панели, помещенной поверх проводов, обмотанных магнитной лентой. Группа из 26 твисторных проводов запрессовывается в пластмассовую ленту и поверх охватывается рядом медных соленоидов, связанных с магнитным дешифратором. Принципиально такая система работает как запоминающее устройство с прямым выбором числа. Когда по какому-то соленоиду подается импульс тока, то в местах пересечения его с твисторными проводами на последних наводится импульс э. д. с., величина которого зависит от числа витков и магнитной ленты, перекрываемой соленоидами. Помещая над местами пересечения постоянные магниты, можно создать поле, нейтрализующее поле соленоида, и наведения импульса э. д. с. в этих местах не произойдет. Таким образом, наличие магнита будет означать 0, а отсутствие 1. В разработанной конструкции соленоиды выполнены из медной ленты шириной 1,6 *мм*. Твисторные провода имеют диаметр 46 *мк* и обмотаны по спирали с углом 45° лентой с сечением 127×8 *мк* из пермалоя 4-79. Постоянные магниты изготовлены методом правировки из ленты материала викалой 1, имеющего индукцию насыщения 5000 *гс* и коэрцитивную силу 200. Размер магнитов 0,5×1,5×0,05 *мм*. При правильном размещении такой магнит создает в пересечении, над которым он помещен, поле 20 *э*, а на соседних — менее 1 *э*. Магнитный дешифратор работает по матричной схеме совпадения токов при постоянном смещении и выполнен на сердечниках из кадмиевого феррита с коэрцитивной силой 0,15. Электрические характеристики устройства сравнимы с характеристиками устройств на ферритовых сердечниках. Токи дешифратора 0,6 *а* на 4 витковых обмотках при постоянном смещении 2,4 *ав* обеспечивают в соленоидах ток 1,8 *а*. Выходной сигнал на нагрузке 180 *ом* имеет амплитуду 8 *мв*, длительность около 1 мксек., а сигнал помехи меньше 2 *мв*. Время распространения сигнала на разряд около 0,06 ммксек. Так как считывающий провод имеет сопротивление, то наблюдается ослабление выходного сигнала на 1 *дб* при прохождении всего блока, что может ограничить число блоков, подключаемых к одному усилителю в больших устройствах. Приведен расчет постоянного магнита, рассматриваемого в качестве магнитного диполя. Ведутся работы по улучшению описываемого устройства: уменьшению размеров, повышению выходных сигна-

лов, улучшению условий распространения сигналов.
О. В. Бачин

2 В221. Запоминающее устройство на магнитных сердечниках с диодным управлением. Melmed A., Shevlin R. Diode-steered magnetic-core memory. «IRE Trans. Electronic Comput.», 1959, 8, № 4, 474—478 (англ.)

Описывается запоминающее устройство, работающее по принципу прямой выборки, имеющее в каждой числовой линейке германиевый диод с большим временем рассасывания неосновных носителей. В матричной системе сердечников имеется 3 сети проводов: выборки, пронизывающие все сердечники одного числа, считывания и подготовки, пронизывающие одноименные разряды всех чисел. При считывании большой импульс тока подается по проводу выборки, проходя через диод в прямом направлении. Вследствие протекания большого прямого тока диод на время теряет свои вентильные свойства и через него можно подать половинный импульс тока записи 1 обратной полярности, который, складываясь в выбранных разрядных сердечниках числа с половинными токами проводов подготовки, запишет 1 в этих сердечниках. Разработан макет на 4 числа, в котором проверены описанные принципы. Использовались диоды 1N91, которые после пропускания в течение 1,5 мксек. тока 400 *ма* в прямом направлении, могут в течение 1,5 мксек. пропускать в обратном направлении ток 200 *ма*, а затем восстанавливать высокое обратное сопротивление. Даны характеристики испытаний, во время которых числовая линейка опрашивалась с частотой 100 *кгц*, и количество единиц в числе менялось от 1 до 60. Рассмотрены вопросы конструктивного выполнения матрицы с целью уменьшения паразитных параметров. Предлагается жесткое размещение сердечников в отверстиях пластмассовой панели. Рассмотрены вопросы согласования линий с распределенными параметрами, образованными пронизывающими сердечники проводами. Испытанный макет при полупроводниковом управлении работает с временем считывания 1 мксек. при полном времени цикла 4 мксек. Утверждается, что при введении согласования характеристических сопротивлений линий допущений неполной записи 1, т. е. ограничением отношения 1 к 0 как 2 : 1, можно построить большое запоминающее устройство с полупроводниковым управлением с временем обращения 1÷2 мксек. и временем ожидания 0,5÷0,8 мксек.
О. В. Бачин

2 В222. Большое электростатическое запоминающее устройство. Graham M., Miller G. L., Pate H. R., Spinrad R. The design of a large electrostatic memory. «IRE Trans. Electronic Comput.», 1959, 8, № 4, 479—485 (англ.)

В запоминающем устройстве цифровой вычислительной машины «Merlin» использовано 196 трубок «Радехон» фирмы «Вестингауз» типа WL-7565. Диэлектриком, помещенным между сигнальной пластиной и барьерной сеткой, служит слюда. Коэффициент вторичной эмиссии ~2 при ускоряющем напряжении 1,2 *кв*. Равновесный потенциал облучаемого диэлектрика устанавливается равным +1÷2 *в* относительно барьерной сетки, потенциал которой равен 0. Барьерная сетка целиком охватывает сигнальную пластину. Каждая трубка содержит 8192 ячейки хранения, разделенных на 32 группы по 256 ячеек. Расстояние между ячейками ~0,5 *мм*. Применена система двухполярной записи. Амплитуда напряжения сигнала записи ±20 *в*. На усилитель считывания сигнал снимается с трансформатора, первичная обмотка которого выполнена коаксиальным кабелем. Его внутренняя жила соединена с сигнальной пластиной, а оплетка — с барьерной сеткой. Эта схема позволяет уменьшить помеху от сигнала записи на входе усилителя считывания более чем в 100 000 раз. Полезный сигнал на выходе усилителя считывания ≈2 *в*, что соответствует току луча ~1 *мка*. По поверхности диэлектрика величина сигнала изменяется менее чем на 50%. Время обращения к запоминающему устройству составляет ~8 мксек., из которых 4 мксек. занимает время нарастания отклоняющих напряжений. Во время такта считывания луч трубки отпирается дважды, во время такта записи — один раз. Приведена и подробно описана схема управления одной трубкой. Вся схема выполнена на полупроводниковых триодах, а усилитель записи—на двух двойных вакуумных триодах. Указывается, что запоминающие устройства, использующие электростатические трубки, достаточно надежны и экономичнее устройств, использующих различные магнитные материалы. Стоимость одного разряда одного числа составляет 0,1 фунта стерлингов. При установке трубки регулируется ток луча, фокусировка и астигматизм. Для контроля качества работы трубки в нее чересстрочно записываются 1 и 0. Затем с помощью теста производят считывание вокруг одной ячейки. После чего регенерируются только 1. Число считываний может быть задано. Таким образом проверяются все точки растра. Число считываний без разрушения 0 в среднем равно 1000.
А. В. Аваев

2 В223. Выходное устройство универсальной цифровой машины на магнитных (ферритовых) элементах. Махмудов Ю. А. «АзәрбСҪР Элмләр Акад. хәбәрләри. Физ.-техн. вә кимя элмләри сер., Изв. АН АзербССР. Сер. физ.-техн. и хим. н.», 1958, № 6, 23—37 (рез. азерб.)

Описывается выходное ферритовое устройство цифровой вычислительной машины, разработанное в лаборатории электромоделирования ВИНИТИ АН СССР. Основная задача устройства заключается в переводе результатов вычислений на машине из двоичного кода в код примененного стандартного телеграфного аппарата типа СТ-35. Применение такого аппарата имеет то преимущество, что одновременно с печатанием результатов их можно перфорировать на перфоленте. Таким образом, записанная на перфоленте информация может быть введена опять в машину, если она нужна для решения других задач. Непосредственный перевод двоичного кода в код СТ-35 оказался невозможным. Вначале результат преобразуется в двоично-десятичный (обычным способом умножения на основание десятичной системы и т. п.). Затем код поступает на второй преобразователь. Вынос функции перевода кодов в выходное устройство позволил освободить от этой весьма громоздкой операции арифметическое устройство машины и тем самым существенно повысить быстродействие машины. Описываемое устройство работает в комплексе и одновременно с универсальной цифровой машиной, управляется от общего устройства управления и связано кодовыми шинами с арифметическим и запоминающим устройствами. Устройство состоит из следующих основных узлов: 1) преобразователя из двоичного кода в двоично-десятичный; 2) преобразователя из двоично-десятичного кода в код СТ-35; 3) входного распределителя разрядов числа; 4) схемы запоминания числа; 5) местного программного датчика; 6) датчика кодовых импульсов; 7) переключателя кодовых импульсов одного разряда; 8) выходного распределителя; 9) выходного узла. Приведены блок-схемы отдельных узлов. Основным элементом в устройстве служит ячейка трехтактного магнитного регистра сдвига. Всего имеется 7 модификаций основного элемента. В устройстве использовано около 250 элементов, из них 150 логических, 100 — простых накопительных. Потребляемая (импульсная) мощность 35—40 *вт*, занимаемый объем около 0,15 *м*³. Быстродействие выходного устройства ограничено быстродействием аппарата СТ-35 (380—400 знаков в 1 мин.). Собственно выходное устройство может обеспечить более высокую скорость работы (при наличии более быстродействующего аппарата или применении нескольких аппаратов СТ-35). Отмечается, что устройство ра-

ботало при изменениях окружающей температуры от 10° до 60°С и одновременном изменении питающих токов в пределах 20%. А. А. Крупский

2 В224. Быстродействующее печатающее устройство с иглой для записи на магнитной ленте или перфокартах. Lucas J. H. A high-speed stylus printing system suitable for use with magnetic tape or punched cards. «Proc. Instn Electr. Engrs», 1959, **B106**, № 29, 456. Discuss., 458 (англ.)

Аннотация доклада, прочитанного в институте инженеров-электриков на совещании по новым устройствам цифровых вычислительных машин. Рассматриваемый способ записи использует для определения формы знака поток электрических импульсов, передаваемых через иглу печатающего устройства, вместо действительной конфигурации знака на поверхности печатающего колеса или штанги. В простейшей форме игла представляет собой гибкую стальную проволоку, острие которой может выполнять развертки растра на площади, занимаемой знаком. Печатная строка получается с помощью игл, работающих параллельно. Объединение записывающей иглы с электронными переключателями позволяет создать надежное быстродействующее построчно печатающее устройство, которое удовлетворяет требованиям быстродействующих систем для обработки данных торговли и промышленности. Работы велись в направлении создания быстродействующего построчно печатающего устройства для непосредственной печати данных, записанных на перфокартах, а затем в направлении разработки построчно печатающего устройства для последовательного восприятия знаков со скоростью, совместимой с движением магнитной ленты. Для устройства была разработана переключающая матрица электронного типа, использующая сверх миниатюрные газонаполненные триоды (типа GTR120), которые объединяли в себе функции накопителя и переключателя; скорость последовательного восприятия данных составила более 20 *кгц* при нижнем пределе 2 *кгц*. Верхний предел скорости печати до 300 строк в 1 мин. обуславливается временем срабатывания динамических элементов и скоростью требуемой для поперечного обратно-поступательного движения игл. Дальнейшие усовершенствования проводятся в направлении разработки привода иглы с более быстрым временем срабатывания и низким импульсом энергии для приведения ее в действие. Положительно решен вопрос возможности использования ферритовых сердечников в качестве элементов переключающей матрицы печатающего устройства. А. С. Вавилова

2 В225. Высокоскоростное фотоэлектрическое считывающее устройство на ленте. Wilkes M. V., Wheeler D. J. The design of high—speed photoelectric tape readers. «Proc. Instn Electr. Engrs», 1959, **B106**, № 29, 450. Discuss., 453—454 (англ.)

Аннотация доклада, прочитанного в институте инженеров-электриков на совещании по новым устройствам цифровых вычислительных машин. Сообщается о фотоэлектрическом считывающем устройстве, разработанном в Кембриджской математической лаборатории. Устройство предназначено для ввода данных с перфоленты в цифровые вычислительные машины и позволяет считывать ряд пробивок в отдельности или в последовательности, которая указана программой. Устройство применяется, когда требуются высокие скорости считывания и в то же самое время желательна остановка ленты, движущейся с высокой скоростью, и повторный пуск ее без потери какой-либо заперфорированной информации. В докладе приводятся основные проблемы, с которыми сталкиваются при применении подобных считывающих устройств. Скорость считывания составляет 1000 пробивок в 1 сек.

А. С. Вавилова

2 В226. Записывающее устройство на магнитном барабане с сокращением масштаба времени. Chynoweth W. R., Page R. M. Magnetic drum time compression recorder. «IRE Nat. Convent. Rec.», 1959, **7**, № 4, 242—251 (англ.)

В электронной лаборатории фирмы «Дженерал Электрик» для Военно-морской исследовательской лаборатории разработано записывающее устройство на магнитном барабане с сокращением масштаба времени (time compression) в 82 800 раз. В системах обработки данных часто бывает необходимо наблюдать явления с большей скоростью, чем это имеет место в реальных условиях. Сокращение масштаба времени можно получить, записывая данные на барабан при малой скорости вращения его, а считывая — при большей скорости, однако такой способ имеет ряд недостатков. В предлагаемом устройстве скорость вращения барабана постоянна и головки неподвижны; устройство работает по методу, разработанному Андерсоном (Anderson Victor C., The Deltic Correlator, Technical Memorandum № 37; Harvard University Acoustics Research Laboratory, January 5, 1956). При каждом обороте барабана опрашиваются последовательно 23 канала информации. Примененный стробоскопический метод позволяет за один опрос канала посылать в цепь записи магнитного барабана один импульс. Полная информация о переменной по данному каналу составляется из 3600 импульсов, располагаемых один за другим по окружности барабана. При скорости вращения барабана в 180 оборотов в 1 сек. информация хранится на барабане в течение 20 сек., затем информация обновляется импульс за импульсом. Зоны предварительного стирания прежней информации для всех каналов стробоскопически перемещаются при этом по окружности барабана. Считывание всей информации по всем каналам производится за один оборот барабана. Диаметр барабана 343 *мм*, длина 51 *мм*. Плотность записи 79 имп/мм. Длительность импульса записи 0,06 мксек. Импульсы записи модулированы с частотой входного сигнала каждого канала (1÷90 *гц*). Импульс стирания следует за очередным импульсом записи в каждом канале через 0,5÷5 мксек. и имеет длительность 0,5 мксек. При работе устройства 23 зоны стирания перемещаются по окружности барабана. Описаны блок-схема, временная диаграмма работы устройства и отдельные узлы. Для записи и считывания используются разные головки на общем держателе. Зазор между головкой и барабаном 6,35 *мк*. Головка плавающая; зазор определяется воздушной пленкой, которая образуется вокруг поверхности барабана и упругость которой компенсируется легкой пружиной. Описаны особенности конструкции, связанные с температурным режимом работы барабана и пуском и остановом его. Толщина покрытия барабана 20 *мк*. Головки изготовляются из ферритового сердечника 9,5×4,75 *мм* и высотой 3,2 *мм*. Сердечник разрезается по диаметру, затем наматывается по 5 витков обмотки на каждую половину сердечника, половины складываются так, что прокладка образует эффективный зазор 12,7 *мк*. Головки пропитываются специальным компаундом. Индуктивность изготовленной головки 3 *мкгн*. Для головки записи выбран феррит марки «Феррамик Q», а для считывания — «Феррамик H». Система автоматического регулирования позволяет поддерживать скорость вращения барабана с точностью 0,01%. Барабан работает под колпаком со щелями для самовентиляции; выбранная скорость вращения обеспечивает достаточно эффективную самовентиляцию. Приведены частотные характеристики системы запись-считывание и величины шумов. В. К. Зейденберг

2 В227. Новые разработки в области моделирующей вычислительной техники. McCann G. D. New developments in analog computation. (Editorial). «Ann. Assoc. internat. calcul analog.», 1960, **2**, № 3, 106—107 (англ.), 108—109 (франц.)

Указывается на наличие некоторых новых интересных разработок моделирующих вычислительных устройств, пригодных для анализа больших и сложных систем и для выбора оптимальных параметров: 1) Появилась возмож-

ность расширения полосы пропускания усилителей в универсальных моделирующих установках и связанных с ними потенциометров и схем обратной связи. Для этого можно использовать в универсальных моделях при частотах от 0 до 1000 *гц* и выше стабилизированные усилители с прерывателями, разработанные для установок, использующих прямую аналогию. Можно использовать такие широкополосные элементы совместно с высококачественными пассивными элементами установок, использующих прямую аналогию. Получающаяся при этом новая, комбинированная форма моделей может найти ряд новых применений. Кроме задач, решавшихся на универсальных моделях (дифференциальных анализаторах) и на моделях с прямой аналогией, новые установки, используя особенности моделей обоих типов, могут решать сложные проблемы, требующие высококачественной оптимизации. 2) Некоторые организации в США разработали новые сверхбыстродействующие устройства для переключающих схем, которые позволяют создавать компактные высокочастотные генераторы функций. Эти генераторы можно строить на цифровом принципе и их рабочие частоты намного превышают 1000 *гц*. Наиболее обещающими из указанных устройств являются «трубчатые» диоды и тонкие магнитные пленки, имеющие время переключения меньше микросекунды. Приведены также некоторые замечания относительно методов синтеза схем дифференциальных анализаторов. Существо этих методов заключается в использовании принципов построения схем, принятых в моделях с прямой аналогией. В. А. Брик

2 В228. Трансформаторный аналог линейных алгебраических соотношений. Даубе Я. Я. «Научн. докл. высш. школы. Энергетика», 1958, № 3, 211—220

Рассматриваются вопросы разработки электрических моделей для решения систем линейных алгебраических уравнений с помощью трансформаторных аналогов. Использование таких аналогов имеет ряд преимуществ перед обычно применяемыми омическими делителями напряжения: меньшее потребление мощности (в 50—100 раз, по сравнению с омическими моделями), сравнительная простота и дешевизна элементов, облегчение декадной установки (путем переключения на соответствующие отводы от витков обмотки), меньшее влияние помех, возможность создания моделей систем с большим числом уравнений. Приведены основная схема и схемы замещения предлагаемых элементов; выполнен достаточно подробный расчет по определению погрешностей системы и даны рекомендации по их снижению. Автором был построен и исследован рабочий макет для решения системы шести уравнений, позволивший решить ряд специальных задач цветной металлургии. Стоимость такого аналога сравнительно низка (порядка нескольких тыс. рублей), потребляемая мощность около 40 *вт*, точность—до 0,1%. Время решения системы шести уравнений около 15 мин. Модели предлагаемого типа могут решать также «обратную» задачу — определение свободных членов уравнений по известным коэффициентам и независимым переменным.

Указывается, что сравнительная простота и маломощность схемы позволяет строить подобные аналоги на число уравнений в системе до 15—20. Отмечается также возможность использования в аналогах описанного типа принципа электрической минимизации. Библ. 6 назв.

А. А. Крупский

2 В229. Вычислительные машины непрерывного действия и их применение для решения технических проблем. Rodriguez Gabard Arturo, Kessler Pedro. Computadores por analogía y su aplicación al estudio de los problemas técnicos. «Rev. ingeniería», 1959, **53**, № 619, 323—329 (исп.)

Популярная статья, описывающая основы электрического моделирования неэлектрических физических процессов. Приведены принципы построения основных блоков и простейших схем. Разбираются примеры решения практических задач. Библ. 12 назв. О. В. Бачин

2 В230. О логических возможностях математических машин непрерывного действия. Глузберг Э. А. В сб. «Вопр. теории матем. машин». I. М., Физматгиз, 1958, 135—148

2 В231. Вопросы построения быстродействующей электромоделирующей установки для анализа динамических систем. Витенберг И. М. В сб. «Вопр. теории матем. машин». I. М., Физматгиз, 1958, 149—166

2 В232. Использование моделирующего устройства для анализа управляющего механизма в системе циркуляции крови. Warner Homer R. The use of an analog computer for analysis of control mechanisms in the circulation. Proc. IRE, 1959, **47**, № 11, 1913—1916 (англ.)

2 В233. Новый прибор для графического дифференцирования эмпирических кривых. Kratky O., Skala Z. Ein neues Gerät für die graphische Differentiation empirisch gegebener Kurven. «Z. Instrumentenkunde», 1959, **67**, № 7, 186—187 (нем.; рез. англ., франц., исп.)

Прибор позволяет быстро находить первую производную, т. е. тангенс угла наклона касательной в данной точке к данной эмпирически кривой. Прибор имеется в двух вариантах: для пользования или непосредственно, или в сочетании с механической рейсшиной. По первому варианту прибор состоит из круглого прозрачного диска с нанесенными на нем дугами круга, общего центра, но разных радиусов. Диск накладывается так, что одна из дуг совпадает с заданной кривой, в части кривой, где находится точка, производная которой определяется. Затем к диску прикладывается пластинка с круговым, соответствующим диаметру диска, вырезом и нанесенными на нем градусным лимбом. Приложенная к диску пластинка устанавливается прямой ее стороной по вертикали. Соответствующее деление по лимбу укажет угол наклона касательной в точке. В прилагаемой к прибору таблице тангенсов находят соответствующее значение производной. По второму варианту в приборе отсутствует пластинка с лимбом, так как в этом случае прибор укрепляется к головке рейсшины, на которой уже нанесены градусные деления. В остальном пользование прибором одинаково в обоих вариантах. А. Л. Леймер

2 В234. Новый прибор для дифференцирования. Haupt Gerhardt, Reich Olaf. Ein neues Differenziergerät. «Wiss. Z. Hochschule Verkehrswesen Dresden», 1959—1960, **7**, № 1, 93—95 (нем.; рез. русск., англ., франц.)

Прибор состоит из линейки, вдоль которой, перпендикулярно к ней, перемещается прикрепленная к бегунку вторая линейка. На обеих линейках имеются равномерные шкалы. К первой линейке шарнирно укреплена третья линейка, могущая свободно вращаться; на этой линейке нанесена продольная риска. Для нахождения производной нуль первой линейки устанавливают на ось координат, в которых вычерчена исследуемая кривая, располагая линейку по оси абсцисс или ей параллельно. Третья линейка устанавливается так, чтобы ее индекс, как и индекс второй линейки пересеклись в исследуемой точке кривой. Тогда угол наклона гипотенузы, отношение катетов и будут определять искомую величину. Следует указать, что при всей простоте устройства и пользования прибором можно получить требуемую точность отсчета. А. Л. Леймер

2 В235. Линейка для счета на логарифмической бумаге. Skala Jiří. Pravítko pro počítání na logaritmickém papíře. «Mat. škole», 1959, **9**, № 1, 43—45 (чешск.)

Описывается вспомогательная линейка для сложения (вычитания) двух или более функций, нарисованных на логарифмической бумаге с модулем α; два числа a и b на ней выражаются отрезками $\eta_a = \alpha \log a$, $\eta_b = \alpha \log b$, а искомый отрезок $\eta_c = \alpha \log c$, где $c = a + b$. Используется соотношение $\log c = \log(a+b) = \log a + \log(1+u)$,

где $u = b/a$, $0 < u \leqslant 1$. Линейка снабжена двумя шкалами $\xi_1 = a\log u$, $\xi_2 = a\log(1 \pm u)$. В. Л. Евтеев

2 В236. Заметка о графическом определении фазовых составляющих токов. Chard F. de la Court. A note on the diagrammatic estimation of phase-sequence components. «Proc. Instn Electr. Engrs», 1959, **A106**, № 26, 191—192 (англ.)

Описание простого прибора с двумя вращающимися прозрачными счетными дисками для графического определения по методу Дженесио симметричных составляющих токов в несбалансированной трехфазной системе.

2 В237. Проект специального механического генератора функции $y = x^2$, квадрирующего устройства). Pokorný Zdeněk. Návrh speciálního analogového mechanického generátoru funkce $y = x^2$ (Čtvercovacího elementu). «Stroje zpracov. inform.», 1957, № 5, 117—130 (чешск.; рез. русск., англ.)

Подробно описываются вопросы, связанные с построением точного механического генератора функции $y = x^2$, образованного из конуса и цилиндра, вращение которых связано при помощи двух эластичных нитей. Основное внимание уделяется натяжениям нитей, возникающим при работе устройства, когда длина нитей изменяется. Определена длина натянутой нити в зависимости от положения частей устройства. Составлено дифференциальное уравнение, связывающее данный ход напряжения нитей с новым ходом напряжения при другом положении устройства. Доказано, что функции, дающие распределение напряжения в нитях, образуют последовательность, сходящуюся к предельной функции. Даны указания по проекту и конструкции устройства и показано фото построенной модели квадратора. Конкретные параметры модели не приводятся.

В. Л. Евтеев

2 В238. Стенд с программным управлением для проверки машин ВК-1 на правильность счета. Смагин А. В., Федоров А. Д. «Приборостроение», 1959, № 7, 23—25

Для проверки механических вычислительных машин на правильность счета производят контрольные вычисления, которые должны дать заранее известный числовой результат. Обычно такие испытания ограничиваются проверкой правильности действия механизмов счета и передачи десятков, прочие же механизмы, как, например, гашения, в испытании не участвуют. Для одновременного испытания всех механизмов машины предложен стенд, состоящий из командного устройства, подающего импульсы с помощью перфокарты исполнительным пневматическим механизмам, приводящим в действие, согласно программе, клавиши испытуемой вычислительной машины. Таким образом испытываются все механизмы вычислительной машины по любой заранее заданной программе. Очень многие узлы устройства выполнены из стандартных механизмов счетно-аналитических машин, автоматических телефонных станций и т. п. Стенд допускает одновременное испытание нескольких машин. А. Л. Леймер

2 В239. Решение некоторых инженерных задач на табуляторе Т-5. Пак И. Т., Чебаков В. А. КазССР Ғылым Акад. хабарлары, Изв. АН КазССР. Сер. матем. и механ., 1959, вып. 8(12), 37—44 (рез. каз.)

2 В240. Опыт механизированных поисков научно-технической литературы на вычислительной машине РАМАК. Firth F. E. An experiment in mechanical searching of research literature with RAMAC. «Proc. West. Joint Comput. Conf., Los Angeles, Calif.», 1958. № T-107. New York, 1959, 168—170. Discuss., 171—175 (англ.)

Запоминающее устройство вычислительной машины ИБМ-305 РАМАК состоит из 50 магнитных дисков и подразделяется на 50 000 зон. В каждой зоне можно записать до 100 цифровых и буквенных символов. В сочетании с возможностью быстрого доступа к любой зоне (с помощью перемещающейся магнитной головки) это позволяет хранить и быстро отыскивать библиографические описания 25 000 документов. В исследовательской лаборатории фирмы «ИБМ» такая система поисков опробована на материале 5000 библиотечных документов фирменных отчетов, докладов и статей, а также статей, отобранных из ряда журналов. При разработке системы учитывались итоги предшествующих экспериментальных поисков на счетно-перфорационной машине ИБМ-101, сводящиеся к следующим требованиям: система должна легко видоизменяться для учета результатов опытной эксплуатации; по возможности вся работа, вроде кодирования вводимых слов и печатания выводимых описаний, должна выполняться самой машиной; участие человека в работе по вводу исходной информации должно быть сведено к минимуму; основное внимание должно быть сосредоточено на самих поисках и выводе. Работа по созданию системы поисков распадается на следующие этапы. Для каждого документа изготовляются две перфокарты: одна содержит порядковый номер и библиографическое описание (библиотечный номер, заглавие, автор и дата), а другая — порядковый номер и набор ключевых слов «описателей», характеризующих содержание документа. В среднем каждому документу может быть присвоено 11 описателей, причем такие составные слова, как «спектрофотометр», расщепляются на отдельные описатели, например, «спектр» и «фотометр». Описание выполняется теми сотрудниками лаборатории, по заказу которых соответствующие документы были приобретены библиотекой. Для образования машинного словаря каждый описатель, выделенный в результате анализа 1000 первых документов, заносится на словарные перфокарты вместе с номером той зоны памяти, в которую затем будут помещаться порядковые номера всех документов, сопровождаемых этим описателем. При этом словам, происходящим из одного и того же корня (например, счет, считать, счетчик), присваивается один и тот же номер зоны. При вводе словарных перфокарт в машину, последняя сама вычисляет адрес зоны, в которую следует поместить каждый описатель (вместе с номером соответствующей ему зоны) путем сложения кодовых обозначений обеих половин описателя и взятия трех средних цифр у квадрата полученной суммы. Если зона с вычисленным адресом уже полностью занята (содержит 6 описателей), то запись производится в следующей свободной зоне. На следующем этапе производится заполнение памяти машины с перфокарт, составленных для отдельных документов. Содержание библиографических карт вводится в зоны, соответствующие порядковым номерам документов. При считывании же каждого описателя сначала производится поиск совпадающего с ним описателя в машинном словаре (начиная сразу с зоны, адрес которой вычисляется аналогично только что описанному), а затем в зону, имеющую адрес, записанный рядом с найденным описателем, помещается порядковый номер рассматриваемого документа. Если эта зона уже заполнена, то в ней помещается адрес дополнительной свободной зоны, в которую и записывается номер (в каждой зоне может быть записано не более 12 номеров). Впервые встречающиеся описатели обнаруживаются при предварительном прогоне документационных карт и вносятся в машинный словарь перед окончательным прогоном. Поиски литературы производятся следующим образом. Вопрос задается в виде набора описателей. Для каждого из них по словарю ищется вручную соответствующий номер зоны, отведенной для порядковых номеров документов. Найденные номера вводятся с перфокарты в машину, которая переписывает содержимое соответствующих зон и их дополнений на магнитный барабан, а затем производит сравнение порядковых номеров из разных зон. Последнее облегчается тем, что номера во

всех зонах расположены в одном и том же (например, убывающем) порядке, и выполняется сначала для двух зон, после чего совпавшие порядковые номера сравниваются с номерами из третьей зоны и т. д. Порядковые номера, общие для всех заданных зон, служат адресами для выдачи на печать искомых библиографических описаний. Средняя продолжительность поиска после ввода вопросной карты не превышает одной минуты. Программа заполнения памяти содержит 96 команд, программа поиска 89 команд. В. П. Черенин

2 В241. Организация и поиски документации, возникающей при разработке крупного технического проекта. Barnard G. A., III, Fein L. Organization and retrieval of records generated in a large-scale engineering project. «Proc. East. Joint Comput. Conf.», Philadelphia, Pa, 1958, NT-114. New. York, 1959, 59—62. Discuss., 62—63 (англ.)

В ходе проектирования вычислительной машины ЭРМА МАРК I была разработана система обозначений для поисков всех составленных и использованных документов, перечней и чертежей. Обозначение каждого документа составлялось из трех номеров, взятых по одному из трех рубрикаторов, которые были разработаны для классифицирования элементов самой системы ЭРМА (задачи, программы, оборудование и т. п.), характеристик, применимых к большинству элементов системы (описания, блок-схемы, временные диаграммы, тесты и т. п.), и профессий всех заинтересованных лиц (инженеры, техники, учащиеся и т. п.). Документы располагались в хранилище в порядке присвоенных им обозначений. В. П. Черенин

2 В242. Принципы построения машины и системы применительно к анализу и индексированию литературы по истории. Perry James W., Melton John L. Principles of machine and system design with special reference to the indexing and analysis of historical literature. «Amer. Docum.», 1959, **10**, № 4, 278—285 (англ.)

Применение механизированных поисков литературы в таких областях, как юриспруденция, история и т. п., заслуживает не меньшего внимания, чем поиски в области науки и техники. Это подтверждается хотя бы на примере тех трудностей, с которыми приходится сталкиваться при поисках по довольно узкому вопросу среди документов, содержащихся в 130-томном сборнике, посвященном гражданской войне в США. Обычные указатели оказывают здесь лишь незначительную помощь, а составление достаточно подробного алфавитного указателя практически неприемлемо, так как его объем оказался бы не меньшим, чем у самого сборника. Применение сортируемых вручную перфокарт с вырезками по краям здесь также затруднено ввиду небольшого объема записей, размещающихся на каждой карте. Поэтому естественно воспользоваться методом Перри, в котором каждый документ записывается на ленте в виде закодированного реферата телеграфного стиля. Поиски производятся автоматическим электронным выбирающим устройством с учетом группировочных связей между характеристиками — семантическими факторами, терминами и фразами — описывающими содержание документов и задаваемых вопросов. Применение этого хорошо известного метода проиллюстрировано на примере индексирования одного документа из упомянутого сборника и двух вопросов. В. П. Черенин

2 В243. Устройство для чтения рукописных знаков. Dimond T. L. Devices for reading handwritt en characters, «Proc. East. Joint Comput. Conf. (1957, Washington, D. C.). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc.», 1958, 232—237. Discuss., 237 (англ.)

Рассматриваются проблемы, встречающиеся при разработке устройств для считывания рукописных знаков. Указываются основные факторы, которые должны быть учтены при проектировании таких устройств: позиция, размеры, ориентация и форма знаков. Если информация содержится в форме знака, то считывающее устройство должно быть способно различать формы независимо от размеров и ориентации знаков. Указывается, что обычный метод распознавания знаков, заключающийся в исследовании знака в поле прямоугольных координат на наличие или отсутствие штриха, не обеспечивает надежного распознавания знака. Предлагается метод распознавания, основанный на использовании двух ориентирующих точек при написании и распознавании знаков. При написании знаки располагаются вокруг этих ориентирующих точек, а при распознавании из этих точек берут начало полярные координаты, пересечение которых линиями знака и дает информацию о знаке. При таком методе написания и распознавания знаков они остаются инвариантными в широком диапазоне изменения всех четырех факторов — позиции, размера, ориентации и формы знака. Показывается, что характер пересечения радиусов векторов для каждой из десяти арабских цифр является единственным. Описываемый метод распространяется также и на буквенные знаки путем использования, однако, уже четырех ориентирующих точек. Для механизации описываемых методов считывания знаков требуется устройство, которое способно обнаружить штрихи на радиусах-векторах предлагаемых полярных координат. Для этой цели может служить электрооптическое сканирующее устройство. Описывается также простейшее устройство, состоящее из параллельных печатных проводников, изображающих радиусы-векторы. Знак, написанный на бумаге токопроводящими чернилами, замыкает параллельные проводники, один из которых находится всегда под потенциалом, а второй служит выходом. Выходы радиусов-векторов поступают на логическую схему преобразования координатной информации в соответствующий знак.

Описывается аналогичное устройство («Stylator»), преобразующее рукописный знак в электрический сигнал, соответствующий этому знаку, в процессе его написания. Б. И. Стрелков

2 В244. Использование ИБМ-704 для моделирования системы распознавания речи. Schultz G. L. The use of the IBM 704 in the simulation of speech-recognition systems. «Proc. East. Joint Comput. Conf.». (1957, Washington, D. C.). New York, N. Y., Inst. Padio Engrs, Inc., 1958, 214—218. Discuss., 218 (англ.)

Выражение системы распознавания речи обычно употребляется применительно к устройствам, позволяющим осуществлять ввод информации в машину с помощью человеческой речи. Осуществить такое устройство в настоящее время не представляется возможным и, очевидно, не будет осуществлено в ближайшем будущем из-за отсутствия сведений относительно тех характеристик, по которым можно производить различение отдельных акустических символов (слов), употребляемых человеком. Изучение вопроса, каким образом сам человек производит классификацию акустических символов еще не дало сколько-нибудь заметных результатов. До сих пор мало изучен вопрос возможности разрешения акустических символов с помощью приборов. Для изучения этого вопроса научно-исследовательский институт «Белл-Телефон лаборатории» разработал специальный спектрограф для изучения контрольных характеристик звуков и для воспроизведения на экране осциллографа акустических колебаний. С помощью этих приборов вырабатываются предварительные качественные правила распознавания. Затем с помощью цифровой машины (ИБМ-704) дается количественная статическая оценка этим правилам. Ввод данных осуществляется с помощью специальной аппаратуры. Аппаратура ввода производит выборку одинаковых сочетаний звуков из речи. Затем с помощью группы фильтров анализирует спектр этого сочетания звуков. После преобразования значений амплитуды на выходе каждого фильтра спект-

роанализатора в цифровой код данные поступают в цифровую машину, где и производится статистический анализ. В. П. Парамонов

2 В245. Может ли машина делать правдоподобные суждения? Good I. J. Could a machine make probability judgments? «Computers and Automat.», 1959, 8, № 1, 14—16 (англ.)

Рассматриваются некоторые общие вопросы создания обучающихся машин. Приводятся некоторые понятия теорий вероятностей и рационального поведения, используемые в дальнейших рассуждениях. Делается предположение, что универсальная цифровая вычислительная машина, использующая теорию вероятностей, будет способна к правдоподобным рассуждениям, если она будет получать оценку правильности своих действий на пути к заданной цели. С этой точки зрения рассматриваются возможные способы составления программ для такой машины, состоящей из комбинации универсальной цифровой вычислительной машины и электрических цепей со случайными связями. Для обучения машины используется принцип «поощрения» и «наказания» в соответствующей ее конструкции физической форме. Указывается, что игра в шахматы может служить хорошим примером задачи при разработке таких машин в ближайшем будущем. Б. И. Стрелков

2 В246. Обучающаяся программа для вычислительной машины. Samuel Arthur L. Machine learning. «Technol. Rev.», 1959, **62**, № 1, 42—45 (англ.)

Для вычислительной машины ИБМ-704 была составлена программа игры в шашки, состоящая из трех основных частей: 1) основная программа игры, 2) программа обучения путем запоминания позиций, 3) программа обобщенного обучения. Программа игры заключается в просмотре на несколько ходов вперед всех возможных ходов из начального положения. Полученные позиции оцениваются и выбирается ход, дающий максимальную оценку. При оценке учитывается число шашек у каждой стороны, число возможных ходов и т. д. Позиция записывается в виде положения на доске, причем каждой клетке доски соответствует определенное место в памяти машины. Затем подобным же образом составляется список всех возможных ходов. Свои и чужие шашки записываются в отдельности. Обучение путем запоминания позиций заключается в составлении таблицы встречавшихся ранее позиций вместе с их оценкой. В дальнейшем после окончания просмотра варианта программа обращается к таблице за справкой и таким образом получает возможность просмотра вперед на большее число ходов. Новая позиция также запоминается, благодаря чему справочная таблица совершенствуется. Эта программа дала хорошие результаты в дебютах и эндшпилях, но была неэффективна в середине игры. Программа обобщенного обучения выбирает несколько параметров оценки из введенного в машину списка и составляет из них полином, с помощью которого производится оценка позиции. Если после некоторого количества ходов положение машины улучшается программа увеличивает положительные коэффициенты полинома и уменьшает отрицательные; если положение ухудшается — наоборот. В дальнейшем программа выбрасывает параметр, имеющий наименьший по абсолютной величине коэффициент, и ставит на его место следующий из списка. Обучение заканчивается после проверки всех параметров. Эта программа хорошо работала в середине игры, а в дебютах и эндшпилях уступала программе запоминания позиций. Недостатком подобной программы является то, что ее нельзя применить для другой игры без существенных переделок. И. Я. Ландау

2В247. Самоулучшающиеся кибернетические системы автоматического управления, способные к «обучению». Івахненко О. Г. Кібернетичні системи автоматичного управління, що самопокращуються здатні до «навчання». «Автоматика (Київ)», 1959, № 4, 1—24 (укр.; рез. русск., англ.)

2 В248. Быстродействующая вычислительная машина для анализа пульсаций человеческого сердца.—. High-speed computer to analyze human heartbeat. «Nat. Bur. Standards Techn. News Bull.», 1959, **43**, № 10, 196—197 (англ.)

Дается общее описание метода использования цифровой вычислительной машины для сравнения и анализа электрокардиограмм. Более подробно рассмотрена система считывания и преобразования аналоговых данных о работе человеческого сердца в дискретную форму. Информация представлена в виде трех частотно-модулированных взаимно перпендикулярных компонент вектор-импульса сердца, записанных на магнитной ленте. Указывается, что оборудование может также использоваться для анализа фонокардиограмм, данных по давлению крови и других целей. Г. И. Гришаков

2 В249. Требования к смешанным аналого-цифровым вычислительным машинам. Baxter D. C., Milsum J. R. Requirements for a hybrid analogdigital computer. «Paper. Amer. Soc. Mech. Engrs», 1959, № A-304, 11 pp., ill. (англ.)

Приводятся относительные характеристики аналоговых и цифровых вычислительных машин, а затем рассматривается вопрос о целесообразности создания смешанных машин. Отмечается, что в аналоговых машинах предельно достигаемая точность ограничивается точностью изготовления электрических и механических деталей и составляет 0,01%. В цифровых машинах возможны только ошибки типа случайных сбоев. Достигнута надежность, характеризуемая одним сбоем на 10^8 операций. Точность представления величин в цифровых машинах или разрядность машинного слова ничем не ограничивается, если не принимать во внимание объем оборудования. Однако для повышения точности вычислений на этих машинах численными методами, по шагам, требуется увеличение числа шагов. Аналоговые машины состоят из устройств, работающих одновременно, без разделения во времени, а в цифровых машинах вычисления производятся последовательно во времени, операция за операцией, с запоминанием промежуточных результатов. Таким образом, аналоговые машины являются более быстродействующими по сравнению с цифровыми. В аналоговых машинах для решения более сложных задач требуется дополнительный комплекс оборудования, а в цифровых требуется только дополнительное время (если память машины обеспечивает хранение программы и промежуточных данных). Число операций в 1 сек., осуществляемых в цифровых машинах, составляет от 500 для машин с магнитным барабаном до 10 000 для машин с памятью на магнитных сердечниках. Для перспективных машин предполагается достижение быстродействия до 500 000 операций в 1 сек.

Цифровые машины обладают также бо́льшими логическими возможностями, чем аналоговые. С другой стороны, в аналоговой машине легче ввести новые параметры задачи. Напряжение на выходе любого из блоков аналоговой машины представляет собой аналог какого-либо условия физической задачи, а при работе аналоговой машины в системе управления легко осуществить ввод реальной физической информации. При программировании задач для аналоговых машин главную трудность составляет масштабирование величин. В то же время в цифровых машинах с плавающей запятой представимы числа в очень широком диапазоне ($10^{-38} \div 10^{38}$), так что масштабирование не представляет собой проблемы. Отмечается, что прообразом гибридных машин являются по существу цифровые дифференциальные анализаторы (ц. д. а.), предназначенные для решения дифференциальных уравнений. Основным блоком ц. д. а. является цифровой интегратор, который выполняет цикл интегрирования за один машинный такт, в

то время как универсальная цифровая машина требует на эту операцию целой программы, выполняемой за большое число тактов. Хотя ц. д. а. являются цифровыми машинами, но их работа подобна работе аналоговых машин. Быстродействие ц. д. а. занимает промежуточное положение между цифровыми и аналоговыми машинами, но ц. д. а. обладает точностью цифровых и простотой эксплуатации аналоговых. В современных ц. д. а. имеются как интеграторы, так и другие специализированные блоки (умножители, регистры и т. п.), которые соединяются между собой через посредство коммутационной панели, подобно коммутационной панели аналоговой машины. С целью сопоставления экономических показателей основных типов вычислительных машин приводятся сравнительные данные по машинному времени, стоимости машинного часа и общей стоимости нескольких типов конкретных расчетов на настольно-клавишных машинах, аналоговых машинах, ц. д. а., цифровых.

Отмечается, что смешанные машины часто возникают при добавлении в моделирующие (аналоговые) устройства блоков дискретного действия с целью получения возможности воспроизводства функций многих переменных, а также временных задержек. Они возникают также при необходимости моделирования физических систем, содержащих цифровые приборы управления. Создание смешанных машин представляет определенные трудности в части устройств преобразования информации из аналоговой формы в цифровую и наоборот и оправдано только для специальных целей, подобных упомянутым. По мнению авторов, маловероятно, что экономически оправдано создание полностью универсальных, смешанных вычислительных машин. В большинстве существующих установок смешанного типа аналоговая часть моделирует управляемую физическую систему, а цифровая часть моделирует цифровую систему управления. Отмечается, что смешанные устройства целесообразно использовать также в тех случаях, когда период повторения решения слишком мал для цифровой машины. В этом случае аналоговое моделирование ведется в той части вычислений, которая определяет собой частоту повторения решения, в то время как дискретный счет используется в той части расчетов, которая требует высокой точности. Библ. по смешанным устройствам 14 назв. Г. Г. Рабинович

2В250. Как Вы измеряете время полезной работы вычислительной машины? Paine R. Murray. How do you measure useful computer time? «Automat. Data Process.», 1960, 2, № 3, 14—17 (англ.)

Статья общего характера.

2 В251. Устройства для автоматической обработки данных. Dalenius Tore. Något om automatisk databehandling. «Statist. tidskr.», 1959, 8, № 11, 702—709 (шведск.)

Статья общего характера.

2 В252. Принципы преобразования аналоговых величин в цифровые и цифровых в аналоговые. Гитис Э. И. «Научн. докл. высш. школы. Электромехан. и автоматика», 1959, № 1, 139—147

Статья общего характера.

2 В253. О принципах построения читающих машин. Харкевич А. А. «Радиотехника», 1960, **15**, № 2, 3—9

Статья общего характера.

2 В254. Знакомство с построением и функциональными особенностями современных вычислительных машин. Prokop W. Einblick in den Aufbau und die Funktionsweise moderner Rechenautomaten. «Elem. Math.», 1959, **14**, № 6, 123—129 (нем.)

Популярная статья.

2 В255. Список литературы по магнитным элементам автоматики, телемеханики и вычислительной техники за 1958 г. Субботина Г. В., Трефилова И. С. «Автоматика и телемеханика», 1959, **20**, № 9, 1302—1310; 1960, **21**, № 1, 149—158; № 2, 271—278.

2 В256. О сверхвысокочастотной вычислительной прерывной автоматике. Нейман М. С. «Радиотехника», 1960, 15, № 3, 7—12

2 В257 К. Электронные вычислительные машины. Принцип действия и применение. Ernst Dietrich. Elektronische Analogrechner. Wirkungsweise und Anwendung. München, R. Oldenbourg, 1960, 315 S., ill. (нем.)

2 В258 К. Электронные цифровые машины и программирование [Учебн. пособие для вузов]. Китов А. И., Криницкий Н. А. М., Физматгиз, 1959, 572 стр., илл., 12 р. 50 к.

2 В259 К. Электронная цифровая вычислительная машина БЭСМ. [В 3-х вып.]. I. Общее описание БЭСМ и методика выполнения операций. Лебедев С. А., Мельников В.А. М., Физматгиз, 1959, 208 стр., илл., 7 р.

2 В260 К. Введение в электронные моделирующие устройства. Warfield John N. Introduction to electronic analog computers. London, Prentice-Hall, 1959, ix, 175 pp., ill., 30 sh. «Brit. Nat. Bibliogr.», 1959, № 511, 11 (англ.)

2 В261 К. Счетные машины и их характеристики. Шапиро И. Л. М., Госстатиздат, 1959, 231 стр., илл., 8 р. 55 к.

2 В262 К. Механическое построение плоских кривых. Мишагин В. Тюмень, Книгоиздат, 1960, 34 стр., илл., 1 р. 10 к.

2 В263 К. Техническая кибернетика. Система автоматического управления с приспособлением характеристик. Ивахненко А. Г. Киев, Гостехиздат, УССР, 1959, 422 стр., илл., 10 р. 95 к.

2 В264 П. Устройство для двойного интегрирования функций. Савченко Е. В. Авт. св. СССР, № 118995, 25.03.59

Устройство, использующее электродвигатели для двойного интегрирования функций. Интегрируемые функции вводятся в виде углов поворотов статора, что отличает эту схему от известных, где интегрируемые функции задаются в виде изменяющегося во времени электрического напряжения. В устройстве используется два электродвигателя, ротор одного из которых и статор другого установлены в поворотной раме, находящейся в равновесии под действием пружины. Поворотный статор первого электродвигателя связан с датчиком подынтегральной функции, а ротор — со статором второго электродвигателя, ротор которого соединен со счетчиком, указывающим значение первообразной функции. Описываемый прибор представляет теоретически идеальный двойной интегратор, так как его точность не зависит от трения в подшипниках. Н. Н. Поснов

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

2 В265. Применение электронно-вычислительной машины «Bendix G 15 D». Хосака Мамору. «Дэнси когё, Electronician», 1959, 8, № 9, 140—149

2 В266. Применение цифровой вычислительной машины к методу Зеемана в атомной спектроскопии. Vander Sluis K. L. Application of a digital computer to the Zeeman method in atomic spectroscopy. «J. Opt. Soc. America», 1959, **49**, № 10, 944—947 (англ.)

Рассматриваются некоторые из методов, используемые в спектральной классификации применительно к высокоскоростным цифровым машинам с большим объемом памяти, и описывается применение специальной машины для зеемановского метода. Исходная информация состоит из числа наблюдаемых энергетических переходов, вероятности ранее имевшихся энергетических уровней и вероятной информации, получаемой от наблюдения переходов в атомной системе под действием магнитного поля. Эффект Зеемана дает информацию на двух уровнях, включаемых в переход. Качество любого метода обеспечивается способностью создавать реальную ин-

формацию и приемлемую величину статистических шумов. Математически рассматриваются методы создания реальной информации. Таким образом, зеемановский метод использует бо́льшую информацию, чем другие и, следовательно, имеет большую вероятность для создания реальной информации. К тому же статистический уровень шумов оказывается более благоприятным. Так, для спектра эрбия II при использовании около 3000 энергетических переходов и около 400 зеемановских структур отношение шума в общем разностном методе к шуму в методе Зеемана имеет порядок 10^6. Для точной обработки спектрограмм Зеемана в Окриджской национальной лаборатории была использована высокоскоростная вычислительная машина «Oracle». Она проводит громоздкие вычисления для превращения спектрограммных измерений в энергетические переходы. В качестве внешнего запоминающего устройства используется память на магнитной ленте. Результаты вычислений, связанные с каждым переходом, дают значения полного момента количества движения атома (J), фактор Ланде (g) и вероятную ошибку фактора Ланде (rg). Приводится количественная оценка полученных данных. Описывается специальный набор программ для вычислений и счета операций зеемановского метода. Применяются три основные подпрограммы и операционные для обращения к запоминающему устройству. А. Ф. Мевис

2 В267. Юбилей постройки машины для вычисления приливов. Sager Günther. Jubiläum im Gezeitenrechenmaschinenbau. «Z. angew. Math. und Mech.», 1959, **39**, № 3-4, 110—117 (нем.; рез. англ., франц., русск.)

Для безопасности и удобства кораблевождения приливы имеют большое значение. С давних пор были попытки составить таблицы, по которым можно было бы определить время и величину прилива и отлива. Сложность определения времени и характеристик этого явления затрудняется тем, что оно зависит от многих астрономических факторов, как, например, движения земли, луны и солнца, их взаимных положений и влияний друг на друга. Первоначально составляли таблицы на основании данных наблюдений над явлением. Затем на основании работ Ньютона, Лапласа и Бернулли Сэр Джон Любек предложил метод составления таблиц, частично учитывающий влияние астрономических факторов. В 1867 г. Вильям Томсон (лорд Кельвин) математически разработал теорию приливов, учтя всю сложность астрономической стороны явления. Им была создана специальная счетно-решающая машина для вычисления приливов, о которой вкратце упоминается в статье. Более подробно изложено описание счетно-решающего устройства для вычисления приливов, построенного в ГДР. Машина представляет собой основание, на котором стоит корпус с механизмами получения характеристик приливов. По обеим сторонам центрального ящика находятся 2 шкафа. Так как машина дает решение как среднее из ряда приливов, то средний ящик заключает в себе механизмы суммирующий и определяющий среднее из данных 34 приливов. Его размеры 5,4×1,1×2,2 *м*. Вес машины 8 *т*. Обслуживание машины и печатного устройства происходит из одного места. В правом шкафу находятся планетарная или дифференциальная передача механизмов сложения скоростей, механизм для получения гармонических движений с установкой амплитуд. В левом шкафу помещены ленты механизмов сложения скоростей для получения средних данных из характеристик приливов, введенных в машину, коррекционные механизмы для случаев перегрузок других вспомогательных и обслуживающих механизмов. В описании указывается на большую сложность машины; для ее изготовления потребовалось свыше 1000 листов чертежей, 32000 индивидуальных деталей, 1700 нормалей, 2350 подшипников и 1380 различных зубчатых колес. Точность решения машиной соответствует, при высоте прилива 6 *м*, около 5 *см*. Библ. 17 назв. А. Л. Леймер

2 В268. Определение собственных значений матрицы на линейном анализаторе с трансформаторами тока. Černý Václav, Korvasová Květa. Hledání charakteristických hodnot matice lineárním analysátorem s proudovými měniči. «Stroje zpracov. inform.», 1958, № 6, 227—232 (чешск.; рез. русск., англ.)

Рассматривается метод определения собственных значений и соответствующих собственных векторов матрицы на линейном анализаторе с трансформаторами тока. Собственные значения матрицы изображаются числом витков в катушках трансформаторов, собственные вектора — токами в этих катушках. Используются схемы, следящие за компенсацией потерь мощности трансформаторов тока. Настройка равновесия системы производится с помощью изменения количества витков в катушках трансформаторов. Скорость вычислений определяется, главным образом, временем, необходимым для ввода в анализатор исходных данных. Приведен пример решения характеристического уравнения 3-й степени. Для решения этой задачи на анализаторе требуется около 44 мин. В. Л. Евтеев

2 В269. Применение цифровых вычислительных машин в технике. Irwin H. D. Engineering application of digital computers «Paper. Amer. Soc. Mech. Engrs», 1959, № A-180, 3 pp. (англ.)

Обсуждаются вопросы использования цифровых вычислительных машин для технических расчетов. К 1958 г. в США было установлено около 240 больших, 1000 средних и 4000 малых вычислительных машин. Эффективное использование их сдерживается недостаточным внедрением методов прикладной машинной математики в практику инженерных расчетов, слабым знакомством инженеров-практиков с приемами программирования технических и экономических задач, дороговизной составления программ, разнотипностью систем команд различных машин. Недооцениваются преимущества, создаваемые высокой скоростью и высокой степенью точности вычислений, долговечностью запоминания информации на лентах. То обстоятельство, что при использовании машин для регулирования процесса или выполнения технических расчетов необходимо ставить задачи с исчерпывающей подробностью, имеет важную положительную сторону: ценные методы и «секреты» производства навсегда переносятся из мозга отдельных исполнителей на ленты запоминающих устройств, форсируется формулировка и поиски рационального решения задач, уменьшается зависимость производства от лиц, хранящих навыки мастерства в своей памяти. Улучшение использования машин требует от инженера-практика научного подхода к стоящим перед ним проблемам, а от математиков и конструкторов машин—упрощения и удешевления процесса программирования. Такое упрощение достигается составлением интерпретивных программ, программирующих программ и возможно бо́льшим увеличением библиотек стандартных программ, абонентами которых являются целые группы потребителей. Использование программ решения родственных задач, составленных даже для других типов машин, существенно ускоряет и упрощает задачи программирования. Следует устранить языковый барьер между машинами введением единого универсального машиннго языка Это позволит широко поставить взаимный обмен программами между потребителями. Е. Ф. Бережной

2 В270. Вычислительные машины в авиации (Исследования, оборона и автоматическое управление)—. Computers in aviation. Research, defence and automatic control. «Flight», 1959, **76**, № 2639, 373—377 (англ.)

Обширная статья, затрагивающая в общем плане различные стороны применения вычислительных машин, которые могут иметь самостоятельный интерес. Подчеркнуты две тенденции в применении машин — вычисления и имитация. Часть статьи отводится рассуждениям о цифровом управлении станками в отраслях авиацион-

ной промышленности. Приведены диаграммы для процесса обработки данных и общий вид крупного фрезерного станка с цифровым управлением. Отмечается, что наряду с цифровыми устройствами в Англии применяются для станков и аналоговые. В разделе «Вычислительные машины в противовоздушной обороне» описываются также в общих чертах назначение и особенности современных систем ПВО. В подобных системах широко развита самопроверка, которая для типичной системы может составлять 0,5% служебного времени (времени боевой готовности). Имеется тенденция встраивать запасные блоки непосредственно в схему и работать, например, при 60% всей мощности машины с тем, чтобы всегда можно было увеличить ее до 100%. В качестве примера системы ПВО с развитой техникой вычислений и обработки данных приведена полуавтоматическая наземная система СЕЙДЖ (SAGE). В двух последних разделах раскрыта возможность применения цифровых вычислительных машин в управлении воздушным движением и навигации (упоминаются допплеровская и инерциальная системы навигации). А. Ф. Смирнов

2 В271. Цифровая система для управления воздушным движением на ограниченной площади. Braun E. L., Gianoplus A. S. A digital computer system for terminalarea air traffic control. «IRE Trans. Space Electron. and Telemetry», 1959, **5**, № 2, 66—72 (англ.)

Обсуждаются возможности и пути создания системы управления воздушным движением в зоне аэродрома. Основные задачи такой системы — предотвращение столкновения самолетов и обеспечение упорядоченного и эффективного движения воздушного транспорта. Главным условием решения первой задачи является установление безопасного расстояния или временного интервала между самолетами, условием для второй может служить наличие регулярного или программного расписания маршрутов. Намечены следующие функции, возлагаемые на систему управления: 1) автоматическое запоминание и обработка полетных данных, 2) автоматическая обработка вручную вводимых данных о положении самолета, выдаваемых радиолокационными станциями приведения, 3) представление этих данных в удобном для контроллера виде (контроллер — центральное управляющее устройство), 4) автоматические средства для координации связи между контроллером и оборудованием, 5) вычисления по программе приведения, рассредоточению и регулированию объектов — самолетов, 6) обнаружение маршрутов, могущих пересекаться и предупреждение столкновения. На одной из схем показана организация такой системы.

Вторая схема также функционального характера относится к подсистеме слежения и включает в свой состав, кроме управляющих, арифметических и запоминающих блоков блоки приема и преобразования сигналов с радиолокационной станции. В статье рассматривается возможный состав команд для вычислительных машин систем, форма связи с самолетным счетным устройством, вопросы отображения полетной обстановки, аспекты надежности, некоторые функции оператора, предлагаемые в форме обсуждения. Следует отметить количественную оценку оборудования, необходимого для реализации предполагаемой системы: 800 триггеров, 150 эмиттерных повторителей, 200 инверторов, 15 000 диодов, магнитная запоминающая система на 1 млн. разрядов с последовательной выборкой, 12 консолей (2—3 для входных данных и 9 для управления). При этом точность арифметических операций равна 2^{-16}. Достаточной частотой для системы (для главных синхронизирующих импульсов), по мнению авторов, можно считать 300 *кгц*.

А. Ф. Смирнов

2 В272. Вычислительная машина анализирует движение железнодорожного поезда. O'Neill Jerome. Computer analyzes train operation. «Railway Signal. and Communs», 1960, **53**, № 3, 13—18 (англ.)

Сообщается об использовании вычислительной машины ИБМ-650 для моделирования движения десяти поездов. Программу, имитирующую движение поездов, условно можно разбить на две части: вычислительную и логическую. Вычислительная программа решает уравнение движения железнодорожного состава. Через каждые 6 сек. определяется ускорение, мгновенная скорость, средняя скорость и координата. В том случае, если скорость превышает предельно допустимое значение, вычислительная машина вырабатывает коэффициент торможения. Логическая программа дает решение во время обгона или встречи двух поездов. Для этого железнодорожный путь разбивается на последовательность сигнальных блоков (участков), при этом каждому блоку соответствует определенное место на магнитном барабане. 4 разряда «слова» определяют длину сигнального блока, другие 4 разряда отведены под координату поезда в блоке, оставшиеся 2 разряда определяют тип сигнальной системы. Каждому поезду соответствует 4-разрядное число, называемое маркером. Когда поезд находится в каком-либо сигнальном блоке, маркер является частью 10-разрядного числа, расположенного по определенному адресу. По мере движения поезда вдоль дороги маркер перемещается от адреса к адресу, определяя тем самым место данных на барабане, необходимых для решения уравнения движения. Направление движения поездов, а также «важность» состава определяется знаком числа. В том случае, когда 2 маркера окажутся в одном адресе, вычислительная машина определяет, какой из составов нужно перевести на запасной путь. Каждый раз, когда поезда пересекают переводную стрелку, производится вывод результатов, по которым строится график движения. Вычислительная машина решала приведенную задачу в течение 1 час. 40 мин., при этом длина пробега поезда составляла от 150 до 250 *км*. Для сравнения в статье приводятся экспериментальные графики и графики движения поездов, моделированных на ИБМ-650. На основании проведенной работы делается вывод об экономичности использования вычислительной машины при решении задач подобного рода.

Г. И. Гришаков

2 В273. Тренажеры для корабельных радиолокационных установок. Sanders H. De scheepsradarsimulator. «Naut. en techn. tijdschr.», 1959, **12**, № 7, 293—296 (гол.)

Кратко рассматривается необходимость применения тренажеров для операторов корабельных радиолокационных установок. Приводится блок-схема такого тренажера и поясняется устройство его основных частей. В блок-схему тренажера входят: имитатор движения собственного корабля, имитатор движения постороннего корабля, имитатор панорамы окружающей обстановки, индикаторное устройство, пульт инструктора. Имитатор движения собственного корабля обеспечивает имитацию управляемого движения корабля с учетом его маневренных характеристик (кривых разгона и торможения, радиусов и времени разворота на различных скоростях). Обычно точность имитации составляет по скорости корабля $\pm 1{,}6$ *км/час*, по курсу $\pm 2°$, по скорости течения $\pm 1{,}6$ *км/час* и по направлению течения $\pm 5°$. Максимальные размеры моделируемой площади составляют обычно 96×96 *км*. Панорама на радиолокационном экране создается с помощью подвижного транспаранта из материала «перспекс» и фотоэлектрического устройства для считывания картины с транспаранта.

И. Д. Алимов

2 В274. Применение электронной вычислительной машины для расчета строительных стальных конструкций. Morgan L. Application of an electronic digital computer to structural steel design. «Struct. Engr», 1960, **38**, № 3, 75—78 (англ.)

Сообщается об использовании фирмой «Юнайтед стил компани» (United Steel Company) вычислительной ма-

шины «Пегас» (Pegasus) для решения задач по расчету конструкции стальных перекрытий. Подробно освещены вопросы, связанные с организацией вычислений и составлением программы с учетом всевозможных факторов, определяющих работу конструкции, таких как распределение нагрузки, неоднородность сечения и состава материала, предельно допустимые нормы и т. д. Вывод результатов вычислений производился каждый раз после просчета отдельной балки, информация пробивалась на перфоленте. В статье приведены результаты расчета трех стальных балок и дается объяснение полученным данным. Г. И. Гришаков

2 В275. Расчет сетевых трансформаторов с помощью вычислительной машины. Schenk Th. A. De berekening van nettransformatoren met behulp van een elektronische rekenmachine. «Smit meded.», 1959, **14**, № 1, 10—17 (гол.; рез. англ.)

Излагаются особенности расчета трансформаторов на электронных вычислительных машинах и описывается соответствующая программа нахождения оптимальных вариантов, составленная для машины АРМАК. На этой машине, установленной в математическом центре в Амстердаме, за 40 час. была рассчитана серия сетевых трансформаторов в диапазоне от 125 до 1000 *ква*, с печатью 1335 решений. Подчеркивается целесообразность применения машин для расчетов подобного рода. А. Д. Закревский

2 В276. Программа для расчета силового трансформатора на цифровой вычислительной машине. Spurway M. A. A computer programme for power transformer design. «Engineering», 1959, **188**, № 4870, 73—74 (англ.)

Программа содержит около 3800 команд, разделенных на 22 логически завершенных этапа (например, расчет потерь холостого хода и т. п.), и выполняется на вычислительной машине «Пегас» фирмы «Ферранти». В статье даны только некоторые расчетные формулы и блок-схема программы. М. Д. Хахин

2 В277. Применение метода математического моделирования при помощи вычислительных машин непрерывного действия для анализа системы генератор-двигатель. Фрейдзон И. Р. «Электричество», 1959, № 3, 41—47

Переходные процессы системы генератор-двигатель, как правило, описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений. Для практического решения этих уравнений, связанных с определением влияния различных параметров на исследуемый процесс, целесообразно применение метода математического моделирования с использованием электронно-вычислительных машин непрерывного действия. В статье рассматривается решение задачи анализа и расчета электропривода рулевого устройства по системе генератор-двигатель с отрицательной обратной связью. Для исследования использовалась электронно-вычислительная машина МН-7. Основным элементом этой вычислительной машины является операционный усилитель постоянного тока; комбинируя такие усилители в различные цепочки, можно выполнять различные математические операции и решать систему уравнений. В процессе исследования получено большое количество характеристик работы рассматриваемой системы при различных исходных параметрах как для нормальных, так и для аварийных режимов работы. А. А. Крюков

2 В278. Моделирование явнополюсной синхронной машины на расчетном столе. Vučkovic Vladan, Miljanić Petar. Simulation of salient-pole synchronous machines on the network analyser. «Ann. Assoc. internat. calcul analog.», 1958, **1**, № 1, 24—30 (англ.)

Приводится краткое описание электронного устройства для моделирования явнополюсной синхронной машины и проведения исследований в комбинации с расчетным столом переменного тока. Устройство состоит из фазочувствительного выпрямителя, усилителей постоянного и переменного тока, модулятора и системы питания и предназначено для воспроизведения на входных зажимах схемы, собираемой на расчетном столе, характеристик явнополюсной синхронной машины в соответствии с векторной диаграммой, построенной в осях «*d*» и «*q*». Выходной усилитель переменного тока является сумматором двух напряжений, сдвинутых на угол 90°. Результирующая погрешность электронного блока не превышает ±1,5%. Устройство не требует стабилизированного источника питания и удобно в эксплуатации. А. А. Крюков

2 В279. Расчет ректификации на аналоговых математических машинах. Берго Б. Г., Платонов В. М., Аэров М. Э., Евтушенко В. А., «Хим. пром-сть», 1959, № 7, 555—560

2 В280. Вычисление на машине *K*-значений (в химической промышленности). Gordon Edward, Goodwill M. J., Paylor J. W. Machine computations of *K*-values. «Chem. Engng Progr. Sympos.», 1959, № 21, 1—7 (англ.)

2 В281. Моделирование в бумажной промышленности с помощью электролитической ванны. Mardon J., O'Blenes G. The use of the electrical analogy in papermaking hydraulics. «Paperi ja puu», 1959, **41**, № 11, 513—519, 522—524 (англ.)

2 В282. Проект исследований по вопросу разработки автоматических электронных устройств для банковского учета —. A research project on automatic electronic accounting machinery. «Edison Electr. Inst. Bull.», 1959, **27**, № 8, 309—311 (англ.)

Статья представляет собою отчет по разработке проекта применения электронных вычислительных машин для коммерческого учета. Исследования начались в 1955 г. Гарвардским университетом, Эдисоновским электроинститутом и Американской газовой ассоциацией. Первые работы были проведены под руководством доктора Айкена (H. Aiken) в Лаборатории вычислительной техники. Было выяснено, что необходимо создать память, которая позволила бы быструю выборку произвольных массивов данных. Предполагается создать такую память на магнитных картах. Кроме того, отмечается необходимость в создании быстродействующих устройств ввода и вывода. В этой связи особого внимания заслуживает буквочитающее устройство, разрабатываемое в настоящее время. А. К. Голубева

2 В283. Применение вычислительных машин в банковском учете. Taunton B. W. The application of a computer to bank accounting. «Computers and Automat.», 1959, **8**, № 7, 18—20, 22, 24—25 (англ.)

Приводятся результаты исследования возможности применения электронных вычислительных машин в банковском учете. Автор, в результате проведенных экспериментов, приходит к следующим выводам: 1) применение электронных вычислительных машин в банковском учете весьма эффективно; 2) необходимо каждой фирме и организации иметь своих собственных программистов; 3) при постановке задачи автоматизации необходимо учитывать не только первостепенные проблемы, но весь комплекс проблем банковских операций; 4) в соответствии с особенностями операций данного учреждения следует подобрать соответствующую вычислительную машину, позволяющую выполнять не только непосредственно стоящие задачи, но и задачи, в перспективе минимум на 5 лет; 5) возможности автоматизации операций лучше всего выяснять с людьми, руководящими работой данного учреждения, а не с людьми, конструирующими вычислительные машины. А. К. Голубева

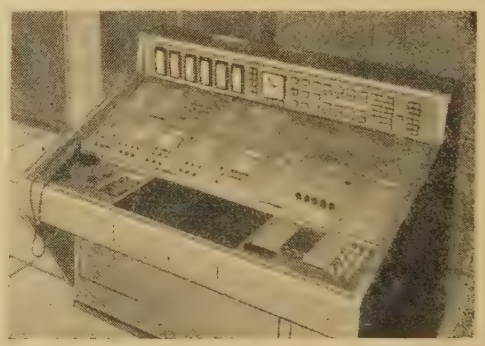
2 В284. Применение электронных машин по обработке данных для подготовки текущих финансовых отчетов. Davidson J. C., Birkenshaw J. T. The preparation of interim accounting statements using electronic data processing equipment. «Soc. Actuar. Trans.», 1958 (1959), **10**, № 28, 539—558. Discuss., 559—567 (англ.)

Рассматривается вопрос о возможности использования электронных вычислительных машин для подготовки текущих финансовых отчетов о деятельности страховых компаний. Все финансовые операции страховых компаний авторы подразделяют на следующие четыре основные категории: а) Данные статистики: 1) резервы на страхование жизни; 2) резервы на невычет отсроченных частичных страховых премий; 3) резервы на превышение истинной суммы страховых премий над предварительной; 4) отсроченные премии по страхованию жизни; 5) обеспечение на дивиденты держателей страховых полисов, подлежащих оплате в следующем календарном году. б) Статьи накопления: 1) проценты и прочие нарастания дохода по вкладам; 2) наросшие накопления держателей полисов. в) Премии и комиссионные: 1) несобранные премии по страхованию жизни; 2) стоимость сбора отсроченных и несобранных премий. г) Прочие: 1) регулировка актива и пассива в соответствии с валютным курсом; 2) налоги, лицензии и зарплата — накопления и подлежащие выплате. Авторы подробно описывают возможности автоматизации вычислений по первым двум категориям задач, рассматривая на конкретных примерах различные методы их решения. Так, например, рассматривая операции, связанные с вычислением цифры резервов, авторы считают, что по каждому индивидуальному полису нужно располагать по крайней мере следующими основными данными: дата выпуска полиса, вид страхования, возраст держателя в момент выпуска полиса, общая сумма премии, вид выплаты, оценка процентов и таблиц смертности. В этом случае с помощью электронной машины можно будет производить следующие вычисления: оценку премий, резервы к концу года, включая годовые премии, годичные премии в соответствии с премиями, подлежащими выплате. Описываются два подхода к решению вышеупомянутой задачи, а именно: интерполяция между начальным (исходным) и конечным резервами и средняя интерполяция. Разделы в) и г) рассмотрены весьма бегло, в стиле общих положений. Авторы в заключении к статье указывают, что в их цели не входило свести отдельные процессы в общую систему. Но, по их мнению, в настоящее время вполне возможно получать не только годовые, но и точные текущие финансовые отчеты. Приводятся материалы обсуждения статьи. Указывалось, что весьма многие промышленные организации считают невозможным точный учет финансовых операций за такой короткий промежуток времени, как год. Учитывая разницу между промышленными организациями, операции которых часто «кончаются» с реализацией продукта, и страховыми компаниями, деятельность которых протекает многие годы и всегда зависит от ряда факторов, которые нужно учитывать в течение довольно коротких промежутков времени, отмечалось, что с этой точки зрения работа авторов представляет интерес, хотя и не предназначена для вновь возникающих страховых компаний. При обсуждении рассматривался также вопрос о том, как можно обойтись без сложных вычислительных машин при проведении операций, подобных описанным авторами, в случае, если страховая компания невелика. В некоторых случаях достаточно использовать табулятор ИБМ-402.

А. К. Голубева

2 В285. Автоматическая обработка информации при помощи переключающих схем, управляемых полупроводниковыми триодами. Lösch Jürgen. Automatische Informationsverarbeitung mit transistorgesteuerten Schaltkreisen. «Elektronik», 1959, 8, № 1, 19—22 (нем.)

Нюрнбергский пункт по отправке товаров ежедневно выполняет в среднем 15 тыс. поручений, а в дни «пик» — более 50 тыс. Каждое поручение состоит примерно из 10—15 заказов различных товаров, имеющихся в ассортименте пункта. Обработка заказов требует выдачи справок, проведения бухгалтерских записей и необходимых расчетов, регистрации движения товаров, наблюдения за изменяющимся положением товаров на складе и т. д. При ручной обработке указанные операции протекали в последовательно сменяющие друг друга периоды времени и выполнялись на различных рабочих местах. Фирма «Standard Elektrik Lorenz AG» (ФРГ) разработала специально для нужд этого предприятия систему автоматической обработки информации. Система согласована с требованиями предприятия и представляет наиболее экономичное разрешение вопроса. Отличи-



тельной особенностью системы «Quelle» (см. фото) является непосредственная и одновременная обработка информации, содержащейся в заказах клиентов, которая в основном состоит из цифрового обозначения желаемого товара, номера товара и количества единиц измерения товара. Непосредственная обработка заключается в том, что некоторое число самых различных типов вводных и выводных устройств подключены к центральному электронному устройству (ц. э. у.) при помощи общей системы проводов, и каждое вводное устройство при приведении его в действие согласно рабочей программе может соединяться непосредственно с суммирующим и накопительными блоками ц. э. у. Маркерный распределитель, имеющийся в системе, обеспечивает своевременное подключение устройств и препятствует взаимному влиянию внешних устройств в случае их перекрывающейся работы. Внешние устройства конструктивно выполнены в качестве пульта на рабочем месте служащего. В состав системы входят 50 рабочих мест, ц. э. у., состоящее из суммирующего и умножающего блоков, магнитных барабанов и блока, расшифровывающего цены товаров, выбранных заказчиком. Процесс автоматической обработки информации выглядит следующим образом. Согласно номеру товара определяется цена единицы измерения, затем цена товара умножается на количество единиц измерения, и полученная стоимость товара пересылается из ц. э. у. на рабочее место, где отпечатывается на ленте заказов. Вычисление стоимости товара занимает 2 мсек. Одновременно с вычислением стоимости с одного из трех магнитных барабанов считывается информация о количестве имеющегося в наличии заказываемого товара, которая направляется в суммирующий блок. В суммирующий блок поступают также данные о количестве заказываемого товара. В блоке происходит вычитание заказанного количества из имеющегося, и результат записывается на магнитный барабан. Затрата времени на обращение к магнитному барабану составляет 20—40 мсек. Кроме указанных магнитных барабанов, имеется еще один магнитный барабан, предназначенный для записи номеров всех товаров, которые имеются в распоряжении этого предприятия. В случае превышения спроса над запасом товара разница между спросом и запасом записывается на четвертый барабан, и ц. э. у. вырабатывает сигнал, по которому доставляется товар

из главного склада. Ассортимент этого предприятия огромен: 29 000 наименований товаров, охватывающих около 500 различных цен. Для обработки информации вводится до 20 рабочих программ. Программное коммутационное устройство с электронным управлением позволяет осуществить быструю смену рабочих программ и выполнить производственные и организационные требования предприятия. Для текущей проверки и контроля системы вводятся еще 8 программ, позволяющих испытать в рабочем режиме каждую деталь электрических схем. Такая система контроля и наблюдения распространяется на 14 тыс. полупроводниковых триодов, 60 тыс. диодов, 100 тыс. сопротивлений, 11 тыс. конденсаторов и 4 магнитных барабана. На проверку указанных деталей тратится 12 мин. Подробно описывается оборудование пульта рабочего места, приводится упрощенная фунциональная схема системы «Quelle».

В. Е. Кравченко

2 В286. Применение электронной машины «Дататрон-205» для получения отчетов о торговых операциях. Payne A. H. Stock transaction records on the Datatron 205. «Proc. East. Joint Comput. Conf. (1957, Washington, D. C.). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc.», 1958, 183—186. Discuss., 186 (англ.)

Для получения отчетов об операциях на рынке сбыта обычно используются аппараты, автоматически печатающие на ленте последние биржевые новости. Эти аппараты («тикеры») обслуживаются специальным персоналом. Фирма «Melper for Standard and Poor's Corp.» использовала для автоматического управления подобными аппаратами электронную вычислительную машину. В качестве примера такого использования автор рассматривает процесс получения индексов «Standard 500». В статье приводится схема циркуляции информации — от шестиканального аппарата «Western Union» через преобразователь до входа на машину «Дататрон-205», образцы перфолент, таблица, показывающая, как коды аппарата преобразуются в соответствующие им коды машины, а также организация 4000 ячеек основной памяти машины. Результатом осуществления такого процесса обработки соответствующей информации является получение почасовых индексов, поденных групповых индексов и указателей цен на начало следующего дня. При максимальной скорости работы тикера вычислительная машина загружена работой приблизительно 55 мин. на каждый час, но поскольку уровень деловой активности колеблется, то машина работает примерно половину времени. Оставшееся время используется для выполнения других работ. В статье рассмотрены также вопросы надежности полученных машиной результатов и вопросы эффективности работы машины. Результаты сведены в таблицы. Автор отмечает, что ошибки в основном получены из-за неточности в программе. А. К. Голубева

2 В287. Роль современных вычислительных машин для статистики и контроля качества. Muller Mervin E., The role of existing computer techniques in statistics and quality control. «Industr. Qual. Control.», 1959, 15, № 9, 10—13 (англ.)

Излагается в весьма общих чертах применение современных вычислительных машин в различных областях человеческой деятельности. Автор считает, что основными направлениями применения вычислительных машин в области статистики являются следующие: 1) административное управление; 2) обработка данных; 3) технические расчеты (вычисления); 4) моделирование. Под «административным управлением» автор понимает выработку машиной последовательностей команд, которые должны выполняться людьми. А. К. Голубева

2 В288. Характеристики вычислительной машины, предназначенной для управления производственными процессами. Frady W. E., Phister M. System characteristics of a computer controller for use in the process industries. «Proc. East. Joint Comput. Conf. (1957, Washington, D. C.)», New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1958, 40—45 (англ.)

Подробно рассмотрены общие требования, предъявленные при проектировании вычислительной машины РВ-300 фирмы «Рамовулдридж» (США), предназначенной специально для управления производственными процессами, и способы аппаратурной реализации этих требований. Информация, получаемая в процессе производства от измерительной аппаратуры, как правило, имеет аналоговую форму (температура, расход, давление, уровень жидкости, химический состав, вязкость, плотность и пр.) и задается в виде электрических или пневматических сигналов. Для характеристики процессов часто приходится использовать значительное количество — от 25 до 250 источников информации. Эта информация должна быть преобразована в цифровую форму и преобразована к виду, удобному для сопоставления с помощью заданных операторов, функциональных зависимостей или масштабных коэффициентов. Затем должна быть осуществлена интерпретация этой информации, на базе известных заранее или формулируемых в процессе интерпретации закономерностей, и выдана по большому (до 100) числу каналов выходная информация или управляющие команды, направленные на оптимизацию хода производственного процесса. Эта информация одновременно с выдачей должна регистрироваться. Машина должна обладать высокой степенью надежности, быть легко ремонтируемой и не требовать сложного обслуживания. Необходимо, что она удовлетворительно работала при изменении температур в широком диапазоне (около 56°С) и при значительной влажности, в присутствии коррозирующих паров и газов в атмосфере, в условиях вибрации, при изменениях напряжения и частоты в питающей электрической сети в пределах 10—20% от номинальных значений. Необходимо запоминающее устройство большой емкости, для запасания программ и команд. Цикл опроса датчиков входной информации и цикличность выдачи выходной информации по всем каналам не должны превышать одной минуты. Высокая точность, характерная для машин, используемых при научных или коммерческих расчетах, в машинах, предназначаемых для управления производственными процессами, не нужна. Поэтому здесь можно ограничиться операциями с циклами, имеющими 8 или 9 двоичных разрядов. Дана общая техническая характеристика РВ-300 и ее основных функциональных узлов — запоминающего устройства, командного и арифметического блоков, цифрового и аналогового входного и выходного устройств. Б. Е. Бердичевский

2 В289. Управляющие цифровые вычислительные машины. Hollander Gerhard L. Digital control computers. «Instrum. and Control Systems», 1959, 32, № 12, 1828—1829 (англ.)

Формулируются основные требования к управляющей машине, которая работает в истинном масштабе времени и встроена в регулируемую систему. Управляющей является машина, выходные данные которой в действительности управляют процессом. Машина работает в истинном масштабе времени, если она обрабатывает данные точно с такой же скоростью, с которой происходит процесс. Машину можно считать встроенной в регулируемую систему в том случае, если она имеет линии связи с остальной частью системы и получает данные о ходе процесса по мере их возникновения, без ощутимой задержки. Обычно встроенная машина имеет устройства и узлы для преобразования информации о ходе процесса в форму, удобную для передачи по линиям связи, и затем — в форму, пригодную для ввода принятых данных в машину. Управляющая машина является нелинейным дискретным элементом в системе управления с обратной связью и может обеспечивать значительную гибкость и сложность управления. Качест-

ва машины в цифровой системе управления оцениваются ее точностью, скоростью работы, временем задержки и гибкостью. Точность определяется количеством разрядов машины, скорость работы — числом арифметических и логических операций, выполняемых за единицу времени. Время задержки определяет длительность промежутка, который существует между изменением данных на входе машины и соответствующим изменением выходной информации. Гибкость (или универсальность) машины измеряется разнообразием задач, которые она может решать. Чем более гибка вычислительная машина, тем более сложные функции управления ей доступны. Машина, включенная в цепь обратной связи, должна иметь время задержки порядка миллисекунд. Точность вычислений должна быть порядка 0,00001. Управляющие машины проще универсальных, так как круг решаемых ими задач существенно ограничен. К управляющим машинам относится, например, бортовая вычислительная машина ТРАНЗАК С-1100 (Transac C-1100). Она выполнена на полупроводниковых элементах, гибкость и скорость работы обеспечены построением ее по схеме универсальной машины параллельного типа. ТРАНЗАК С-1100 состоит из арифметической секции, небольшого оперативного запоминающего устройства на магнитных сердечниках емкостью от 64 до 256 кодов для запоминания промежуточных результатов вычислений, магнитного барабана последовательного типа емкостью от 2000 до 5000 кодов, секции управления, секций ввода и вывода. На магнитный барабан наносятся все программы, которые выполняет машина, а также константы, необходимые для вычислений. Изменение содержания магнитного марабана в ходе вычислений не производится. Секции ввода и вывода различны для каждого из применений машины, входные и выходные преобразователи подбираются из большого количества существующих. Точность вычислений 20 двоичных разрядов или 10^{-6}. Скорость выполнения арифметических операций (включая время выборки из запоминающего устройства): сложение и вычитание 15 мксек.; умножение, деление и извлечение квадратного корня 60 мксек. Машина занимает объем 0,03÷0,09 $м^3$ и весит 22÷68 *кг*. Приводится блок-схема машины и перечень задач, которые необходимо решать при управлении современным реактивным самолетом.

Е. Ф. Бережной

2 В290. Методы составления программы для цифрового программного управления. Carlberg E. F. Team approach to computer programs for numerical control. «Control Engng», 1959, **6**, № 1, 77—80 (англ.)

Программу обработки детали для фрезерных станков с цифровым программным управлением составляют различными методами. При первом методе применяют малые или средние автоматические вычислительные машины. Малая емкость запоминающего устройства требует подробного ручного вычисления основных точек траектории движения инструмента. Преимущество метода — программа вычисления простая и экономичная по построению. Недостатки — большое число вспомогательных ручных вычислений, мало учитывается существующая практика изображения чертежей. При втором методе вычислительная машина используется для непосредственного управления станком. Она преобразует заданные значения координат в команды управления. Криволинейная траектория движения инструмента аппроксимируется прямыми линиями или параболами. Недостатки аналогичны первому методу. Третий метод требует подробного математического описания любых геометрических форм и поверхностей детали. Программирование сложное и не может применяться в ежедневной практике. При четвертом методе программа вычисления команд обработки легко записывается по данным чертежа. В дополнение к стандартным решениям могут быть особые случаи. Недостаток — различные системы чертежей затрудняют программирование, а пересчет цепочки размеров детали в значения координат иногда невозможно осуществить. При пятом методе программа вычисления записывается словами, а не кодами. Требуется хорошо разработанное кодирование. Метод дорог и его применение должно быть экономически обосновано. Оптимальной будет универсальная программа, разработанная с учетом следующих положений: 1) Использование любой системы чертежей. Нет вычисления дополнительных точек. Расчет программы обработки производится или по значениям координат или по их приращениям. 2) Программная карта должна быть простой и понятной, легко записываемой и контролируемой. Запись данных производится обычными производственными терминами. Должен быть минимум правил, не содержащих специальных случаев. 3) Программа вычисления должна принимать исходные данные со знаком плюс и минус. Диаметр инструмента и скорость подачи записывается один раз.

С. П. Кузнецов

2 В291. Логическая организация вычислительного устройства ДИДЖИМАТИК. Rosenberg Jack. Logical organization of the DIGIMATIC computer. «Proc. East. Joint Comput. Conf. (1957, Washington, D. C.)», New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1958, 25—29. Discuss., 29 (англ.)

Описывается математическая основа и техническая реализация вычислительного устройства, предназначаемого для управления фрезерными станками. Показаны отдельные схемы устройства, осуществляющие автоматическое рабочее действие по прямой, по кругу и параболе. Одной из основных частей схем является делящий счетчик, представляющий собой комбинацию обычного счетчика, регистра и общих вентилей. Содержимое счетчика делится на заданное целое число в регистре. Комбинация двух делящих счетчиков позволяет осуществить отработку тангенса угла прямой по приращениям координат X и Y. Каждый результирующий импульс соответствует перемещению суппорта на 0,025 *мм* и процесс интерполяции продолжается до тех пор, пока исполнительный механизм не получит полного числа импульсов, содержащихся в приращениях ΔX и ΔY. Эта передача производится через промежуточное запоминающее устройство—восьмидорожечную магнитную ленту для окончательного использования. Скорость подачи может меняться потенциометром, включенным между источником напряжения и одной из точек дискриминатора, воспринимающего импульсы, через схему сравнения. Выход последней подается на синхронную частотную управляющую систему с замкнутым контуром. В генераторе окружностей, кроме указанных узлов, применены реверсивные счетчики, также десятичного типа. Все схемы рассчитаны на частоту 1 *мгц*. Рассмотрена возможность образования других видов линий и даны их схемные решения. Программа для выполнения отдельных работ встроена в само устройство и для перехода на другое изделие достаточно перевести переключатель на пульте управления в надлежащее положение. Дан общий вид устройства и пульта.

А. Ф. Смирнов

2 В292. О составлении программ работы некоторых систем управления. Вольперт Э. Г. «Автоматика и телемеханика», 1959, **20**, № 12, 1675—1678

Предлагается метод составления программы, основанный на вероятностных зависимостях для «обегающих устройств». «Обегающее устройство» последовательно наблюдает за различными параметрами управляемого процесса. Пусть наблюдается n величин. Сигнал от величины x_i поступает в устройство управления или контроля процессов через промежутки времени, равные τ. При наблюдении различных величин x_i через равные промежутки времени появляется опасность того, что некоторые быстро изменяющиеся величины выйдут за допустимый предел раньше, чем до них «дойдет очередь». И, наоборот, медленно изменяющиеся величины

будут наблюдаться слишком часто. В статье даются методы и рекомендации определения величин t_i. Затем, после того как определены оптимальные промежутки времени для всех величин $x_1, x_2, \ldots, x_n$, показывается, как составить программу подачи сигналов на примере трех величин. Н. Н. Поснов

2 В293. Искаженная информация и станция анализов — следующий логический шаг. Sperry Albert F. Sophisticated logging and station analysis: the next logical step. «Power Engng», 1960, **64**, № 1, 61—63 (англ.).

Рассматривается вопрос автоматизации управления силовой электростанцией. Измеряемые параметры имеют непрерывный характер изменения, поэтому необходимо цифровое кодирование. Трудность автоматизации заключается в том, что существуют сильные наводки в цепях измерения и управления. Для ликвидации их предлагается тщательное заземление и экранировка. При необходимости можно использовать схемы фильтрации. Так как эти меры не всегда дают надежные результаты, то необходимо устраивать станции анализов и «очистки» информации. Предполагается, что для автоматизации станции необходима управляющая система на 400 входных каналов. Запоминающее устройство вычислительной машины для данной системы должно иметь емкость на 160 000 разрядов. При расчете емкости исходят в основном из того, что программа управления должна содержать 5700 19-разрядных слов. Кроме того, запоминающее устройство должно хранить 2800 13-разрядных констант. Наиболее подходящей для управления станцией считается система ISI-609 фирмы «Панеллитт». С помощью ISI-609 можно управлять турбиной электростанции. Управление требует 20 каналов ввода и решения уравнений, вид которых и схема решения приводятся. Решение такой задачи требует емкости запоминающего устройства в 3000 слов. В ISI-609 в качестве накопителя используется магнитная лента на 130 000 4-разрядных слов. Скорость регистрации 5 точек в 1 сек., что позволяет вводить информацию с 300 каналов, обегая их за 1 мин. Система может работать в двух режимах: выполнения управления и вычислений с включенными или отключенными внешними цепями (в этом режиме машина находится около 200 мсек.) и второй режим — модификация команд и изменение режимов управления. В соответствии с режимами работы система разбивается на 2 независимых функциональных узла со своими внешними связями. Выводимая информация просматривается визуально оператором и при необходимости печатается. Оператор имеет возможность с пульта управления менять некоторые константы, но не вмешиваться в программу управления. В. Д. Савицкий

2 В294. Дискретное регулирование приводов. Rechberger H., Sequenz H. Digitale Antriebsregelungen. «Elektrotechnik und Maschinenbau», 1959, **76**, № 22, 530—535 (нем.)

Указывается, что регулирование до недавнего времени рассматривалось обычно как аналоговая задача в связи с тем, что регулируемые величины — число оборотов, напряжение, давление, уровень воды и пр. рассматривались как непрерывные. При этом регуляторы можно было представить в виде аналоговых вычислительных машин. Ограниченность точности аналоговых машин, при заданном диапазоне изменения основного параметра, ограничивает и возможную точность регулирования. Использование принципов дискретного счета в регулировании позволяет повысить точность регулирования. Объясняются основные принципы действия счетных ячеек и регистров цифровых вычислительных устройств, аналого-цифрового и цифрово-аналогового преобразователей.

Приведены скелетные схемы пропорционального и релейного импульсных регуляторов и показаны возможные способы достижения требуемой точности регулирования. Излагаются (по Я. С. Цыпкину) принципы исследования устойчивости импульсного регулирования. Библ. 8 назв. Б. Е. Бердичевский

2 В295. Проектирование приборных следящих систем общего назначения. Bailey K. V., Ziniuk M. A. Design of high-performance instrument servos for general purpose computation. «IRE Trans. Industr. Electron.», 1959, № 9, 1—13 (англ.)

Описывается приборная система, которая может быть использована для отслеживания как скорости, так и положения. Система обладает расширенной полосой пропускания по сравнению с распространенными следящими системами. Вместо обычного тахогенератора, увеличивающего инерционность системы сложения по скорости, в описываемой системе обратная связь подается через прецизионный конденсатор.

Описываемая система спроектирована и отработана для целей получения функций, производства умножения, разложения векторов на составляющие. Требуемая точность составляет 0,1%, а полоса пропускания от 75 до 80 *гц*. Была выбрана структура, обеспечивающая простое переключение из режима позиционной в режим скоростной следящей системы. Система содержит элементы, обеспечивающие высокое усиление, низкий уровень шумов, малый дрейф, высокую степень стабилизации. В разработанной системе для слежения по скорости используется тот же самый выходной потенциометр, что и для слежения по положению. Только в скоростной следящей системе движок этого потенциометра связывается со сравнивающим усилителем не через сопротивление, а через емкость.

Для получения хорошего отношения сигнала к шуму используется достаточно большое усиление сигнала ошибки до его преобразования в сигнал переменного тока. Только после этого усиления, сигнал ошибки модулируется, усиливается усилителем переменного тока и возбуждает обмотку управления двухфазного серводвигателя. Серводвигатель приводит в движение выходной потенциометр через посредство зубчатой передачи. Сравнивающий усилитель выполнен как стабилизированный усилитель постоянного тока. Модулятор выполнен по обычной двухполупериодной схеме фазового модулятора на 2 двойных триодах. Выходное напряжение модулятора имеет прямоугольную форму. Усилитель переменного тока рассчитан на мощность 35 *вт* и выходное напряжение 115 *в*. 1 каскад усилителя имеет автоматическую регулировку усиления. Дрейф сбалансированной системы не более 10 *мв* за 8 час. Приводятся сведения по выбранному серводвигателю, зубчатым передачам, выходным потенциометрам. Описываются логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики разомкнутой и замкнутой позиционной и скоростной следящих систем. Показаны переходные характеристики позиционной и скоростной систем. Отмечается, что отработанная следящая система обладает точностью, функциональной универсальностью и гибкостью по сравнению с полностью электронной системой. Г. Г. Рабинович

2 В296. Исполнительные механизмы дискретного действия. Gizeski T. Digital actuators. «Instrum. and Control Systems», 1959, **32**, № 11, 1686—1687 (англ.)

Описаны исполнительные механизмы дискретного действия, могущие работать от управляющих воздействий, осуществляемых непосредственно с выходных устройств цифровых вычислительных машин, дискретных программирующих устройств и пр. Точность подобных механизмов оценивается числом разрядов управляющих элементов. Приведены кинематические схемы различных исполнительных механизмов дискретного действия, предназначенных для осуществления линейного и углового перемещений, для управления степенью открытия вентиля, для управления трансмиссией с переменным передаточным числом и пр. Б. Бердичевский

2 В297. Цифровые системы дистанционного контроля положения. Hilton K. G. A digital remote position control. «Electron. Engng», 1959, **31**, № 379, 512—519, 570, 575 (англ.; рез. франц., нем.)

Цифровые системы контроля положения имеют потенциальные преимущества перед аналоговыми как по возможной точности измерения, так и по возможной надежности дистанционной передачи полученной в этих системах информации. Вместе с тем, реализация управляющих воздействий, осуществление обратных связей и некоторые другие функции в системах автоматического управления выполняются более удобно в аналоговой форме. Это делает целесообразным построение в ряде случаев гибридных систем, одним из звеньев которых является преобразование аналоговых данных в цифровые или обратное преобразование. Рассмотрены методы преобразования угла поворота вала в цифровую величину, записываемую в двоичном счислении, и оценена точность этого преобразования. Обсуждаются схемы и способы осуществления преобразования, чувствительного к направлению поворота, к скорости поворота. Рассмотрены схемы формирования сигналов по рассогласованию, по перемещению, по первой и второй производным и пр., с учетом необходимости стабилизации движения или положения регулируемой системы. В приложениях изложены методы оценки динамических характеристик преобразователей. Б. Е. Бердичевский

2 В298. Электронная установка для управления производственными процессами.—. «Эрэкуторониксу», 1959, 4, № 11, 1257 (японск.)

2 В299. Цифровые сигнальные устройства в подъемных кранах. Хирацука Митио, Оно Сюнъитиро. Ясукава дэнки, 1959, **23**, № 86, 116—121 (японск.)

2 В300 К. Вычислительные устройства в автоматических системах. Фельдбаум А. А. М., Физматгиз, 1959, 800 стр., илл., 37 р. 15 к.

2 В301 К. Основы теории и расчета следящих систем. [Учебн. пособие для электротехн. и энерг. вузов и фак.]. Васильев Д. В., Филиппов Г. С. М.—Л., Госэнергоиздат, 1959, 428 стр., илл., 10 р.

2 В302 К. Электродинамическое моделирование энергетических систем. Ред. Костенко М. П. М.-Л., АН СССР, 1959, 406 стр., илл., 25 р. 85 к.

2 В303 К. Анализ и синтез управляющей системы с обратной связью. D'Azzo John J., Houpis Constantine H. Feedback control system analysis and synthesis New York-Toronto-London, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1960, xii, 580 pp., ill. (англ.)

2 В304 К. Применение цифровых вычислительных устройств в системах управления. Аннотир. библиография. Граббе Е. М. «Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 46 стр.

2 В305 К. Пневматические вычислительные устройства как средство обеспечения надежности систем комплексной автоматизации. Ланин Н. Д. (Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 14 стр., илл.

2 В306 К. Автоматическое управление. (Ин-т автоматики и телемехан. АН СССР). М., АН СССР, 1960, 432 стр., илл., 18 р. 80 к.

2 В307 К. О теории самонастраивающейся системы регулирования; метод обучающейся модели. Марголис М., Леондес К. Т. (Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 19 стр., илл.

2 В308 К. Применение самонастраивающихся систем автоматического управления. Лернер А. Я. (Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 17 стр., илл.

2 В309 К. Автоматическое управление с помощью телетайпа. Пуччиони (Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 12 стр., илл.

2 В310 К. Об оптимальном управлении с применением вычислительных устройств. Бертрам Дж. Е., Сарачик Р. Е. (Междунар. федерация по автомат. упр. 1-й Междунар. конгресс по автомат. упр.). М., АН СССР, 1960, 23 стр., илл.

2 В311 Д. Исследование некоторых вопросов переработки информации в системах числового программного управления механической обработкой деталей летательных аппаратов. Чернышев А. В. — Автореф. дисс. канд. техн. н., Н.-и. ин-т технол. и организ. произ-ва, 6. м., 1960

2 В312 Д. Применение показателей запаса устойчивости по определителям для исследования линейных систем автоматического регулирования. Яроминек В. — Автореф. дисс. канд. техн. н., Моск. авиац. ин-т, М., 1959

2 В313 Д. Исследования глубинных сельскохозяйственных водоподъемников методами математического моделирования. Фельдман Л. П. — Автореф. дисс. канд. техн. н., Новочерк. инж.-мелиор. ин-т, Новочеркасск, 1960

2 В314 Д. Исследования систем цифрового программного управления и разработка некоторых элементов этих систем. Сигов Б. А. — Автореф. дисс. канд. техн. н., Киевск.. политехн ин-т, Киев, 1960

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

(Перед номерами рефератов опущены номер и индекс 2 В выпуска)

А

Айзенштат Н. Д. 192
Аэров М. Э. 279

Б

Барк Л. С. 208 К
Берго Б. Г. 279
Бертрам Д. Е. 310 К
Брудно А. Л. 169

В

Вайнштейн И. А. 192
Васильев Д. В. 301 К
Витенберг И. М. 231
Волконский В. А. 63 Д
Вольперт Э. Г. 292
Воронцов Б. Д. 168

Г

Гирсанов И. В. 36
Гитис Э. И. 252
Глузберг Э. А. 230
Граббе Е. М. 304 К

Д

Данилов В. Л. 181
Даубе Я. Я. 228
Денисюк А. И. 198
Джишкариани А. В. 150
Долуханов М. П. 42

Е

Евтушенко В. А. 279

И

Івахненко О. Г. 247, 263 К
Ито К. 49

К

Карибский В. В. 171
Кац М. 53
Кислюк М. Ж. 180
Китов А. И. 258 К
Костенко М. П. (ред.) 302 К
Крейнес М. А. 192
Криницкий Н. А. 258 К
Куртев Т. 191

Л

Ланин Н. Д. 305 К
Лебедев С. А. 259 К
Ле-Кам Л. 45
Леонидес К. Т. 307 К
Лернер А. Я. 308 К

М

Марголис М. 307 К
Маслов К. В. 16
Матвеев Р. Ф. 64 Д
Матеева Л. 191
Махмудов Ю. А. 223
Мельников В. А. 259 К
Минков Н. 191
Мишагин В. 262 К
Мулин С. М. 187, 188

Н

Нейман М. С. 256
Николаев П. В. 194, 196

О

Оно С. 299

П

Пак И. Т. 239
Петров Р. 191
Платонов В. М. 279
Погодин Ю. Я. 156
Потапов М. К. 197
Пуччиони 309 К

Р

Рамм Г. С. 176
Раппопорт М. Г. 207 К
Рашидов Х. Р. 20
Розенблат-Рот М. 55

С

Савченко Е. В. 264 П
Сарачик Р. Е. 310 К
Сигов Б. А. 314 Д
Скворцов В. В. 181
Смагин А. В. 238
Смирнов С. В. 197
Сморкачев Е. Т. 193
Субботина Г. В. (сост.) 255
Сучков В. А. 156

Т

Тихомиров Н. А. 159
Трефилова И. С. (сост.) 55

У

Урбаник К. 47
Урбах В. Ю. 80

Ф

Федоров А. Д. 238
Фельдбаум А. А. 300 К
Фельдман Л. П. 313 Д
Филиппов Г. С. 301 К
Фрейдзон И. Р. 277

Х

Харкевич А. А. 253
Харрис Г. Е. 48
Хирацука М. 299
Хосака М. 265

Ч

Чайковская Э. Н. 173
Чебаков В. А. 239
Чернышев А. В. 311 Д
Чистяков В. П. 62 Д

Ш

Шапиро И. Л. 261 К
Шун Г.—Л. 51, 52

Я

Яглом А. М. 61 К
Яглом И. М. 61 К
Яненко Н. Н. 156
Яроминек В. 312 Д

A

Aggarwal O. P. 101
Akao S. 178
Alonso R. 146
Ameling W. W. 201 Д
Anselone P. M. 19
Azorin F. 44

B

Bachmann K.-H. 166
Badrikian A. 15
Bailey K. V. 295
Balogh T. 11
Barache J. 141
Barankin E. W. 122
Barnard G. A. III 241
Bartholomew D. J. 97
Bartlett T. E. 121
Basmann R. L. 132
Baxter D. C. 249
Bennett B. M. 86
Berqué E. S. 6
Birkenshaw J. T. 284
Blum J. R. 9
Bodiou G. 1
Boiteux M. 133
Bond A. F. 117
Börsch-Supan W. 148
Braun E. L. 271
Braune G. 186
Buehler R. J. 76
Bürger 217

C

Carlberg E. F. 290
Castoldi L. 4
Černý V. 268
Chambers J. C. 117
Champernowne D. G. 124
Chard F. de la C. 236
Charnes A. 116, 121, 128
Chastenet de Géry J. 46
Chiang Tse-Pei 57
Chistova E. A. 206 K
Chung K. L. 21, 51
Chynoweth W. R. 226
Clark C. E. 69
Cloot P. L. 219
Cogburn R. 18
Conte S. D. 158
Cooper W. W. 128
Cuzzer A. 56

D

Dalenius T. 59, 251
Dames R. T. 158
Davidson J. C. 284
D'Azzo J. J. 303 K
Deal R. B. 91
Devinatz A. 14
Dimond T. L. 243
Dionisio J. J. 58
Domb C. 50
Dor L. 139
Dorfman R. 122
Dorn W. S. 115
Douglas J. Jr 155
Driel F. van 100
Dunn O. J. 78

E

Ekman G. 66
Engeli M. 152
England J. L. 211
Erdős P. 172
Ernst D. 257 K

F

Fabian V. 41
Federighi E. T. 104
Fein L. 241
Feller W. 33
Finetti B. de 106
Firth F. E. 240
Fisher R. 95
Fisher W. D. 67

Fortet R. 39
Fourgeaud C. 140
Frady W. E. 288
Francia G. 189
Frank W. L. 151
Fréchet M. 120
Friedmann M. 130
Fröberg C.-E. 202
Fuchs A. 26, 31
Fujita H. 161

G

Gallie T. M., Jr 155
Gauß F. G. 204 K
Georgescu-Roegen N. 131
Ghizzetti A. 177
Gianoplus A. S. 271
Gilbert E. J. 22
Gizeski T. 296
Glasgow M. O. 73
Gleaves V. B. 121
Gobbin H. H. 204 K
Goen R. L. 70
Goldberg B. 203
Good I. J. 245
Goodwill M. J. 280
Gordon E. 280
Gougenheim A. 170
Graham M. 222
Gray H. J., Jr 40
Graybill F. A. 91
Greenberg H. J. 115
Greenhut M. L. 137
Greenwald D. U. 144 K, 145 K
Guttman I. 101

H

Harris T. E. 48
Haupt G. 234
Hennequin P.-L. 28
Hilton K. G. 297
Hirvonen R. A. 179
Hodges J. L., Jr 82
Hollander G. L. 289
Holloran T. P. 213
Hooker W. 153
Houpis C. H. 303 K

I

Inzinger R. 210
Irwin H. D. 269
Isaacson E. 157
Isida M. 93
Itô K. 49

J

Jackson G. E. 219
Jaglom A. M. 54
Jaglom I. M. 54
Jambunathan M. V. 90
Johansen L. 126
John S. 12
Johnson N. L. 96

K

Kac M. 29, 53
Karlin S. 24, 107—110
Kato T. 161
Kauffmann A. 138
Kelley J. E., Jr 111
Kessler P. 229
Kesten H. 81
Kilmer W. L. 218
Kloek T. 127
Korvasová K. 268
Kramer H. P. 23
Kratky O. 233
Kuhn H. W. 112
Kulldorff G. 88
Kustaanheimo P. 183

L

Laha R. G. 5
Lamperti J. 25
Lance G. N. 200 K
Leake J. H. 117
Le Cam L. 45, 85
Lemke C. E. 116
Levens A. S. 199 K
Levinson N. 32
Lévy P. 8
Lipowec W. A. 142
Looney D. H. 220
Lösch J. 285
Lucas J. H. 224
Lukacs E. 5, 84

M

McCann G. D. 227
McGregor J. 24
MacKay J. H. 103
Majumdar T. 125
Mandelbrot B. 35
Manne A. S. 113
Mardon J. 281
Marschak J. 105
Mauldon J. G. 7
Medgyessy P. 13
Meiron J. 182
Melèse J. 143
Mellon B. 128
Melmed A. 221
Melton J. L. 242
Mikeš M. 60 K
Miljanić P. 278
Miller D. A. 165
Miller G. L. 222
Milne W. E. 147
Milsum J. H. 249
Moore P. G. 102
Morgan L. 274
Morse N. 81
Mothes J. 136
Mourier E. 98
Muller M. E. 287

N

Nelson E. 3
Newman D. J. 154

O

O'Blenes G. 281
Oderfeld J. 89
O'Neill J. 272

P

Page R. M. 226
Paine R. M. 250
Pate H. R. 222
Paylor J. W. 280
Payne A. H. 286
Penndorf R. 203
Perry J. W. 242
Petrov M. 190
Phister M. 288
Picinbono B. 17
Pokorný Z. 237
Prokop W. 254
Protter M. H. 153

R

Radó F. 195
Raja Rao B. 92
Ramachandran K. V. 99
Rao J. N. K. 79
Rechberger H. 294
Redding T. H. 205 K
Reich O. 234
Rényi A. 43
Reynolds R. R. 147
Rodriguez Gabard A. 229
Rosenberg J. 291
Rosenblatt D. 118
Rosenblatt M. 9
Rutishauser H. 164
Ryll-Nardzewski C. 38

S

Sack R. A. 34
Sager G. 267
Salamon M. 175
Salvemini T. 72
Salzer H. E. 174
Samuel A. L. 246
Sanders H. 273
Savage L. S. 134
Schenk T. A. 275
Schi Tschun-tsi 149
Schrage R. W. 119
Schweizer B. 2
Sequenz H. 294
Shenton L. R. 83
Shevlin R. 221
Shimada S. 87
Shultz G. L. 244
Silverman R. A. 37
Siotani M. 71
Skala J. 235
Skala Z. 233
Sklar A. 2
Sklar M. 10
Smith W. L. 30
Souriau J.-M. 46
Sperry A. F. 293
Spinrad R. 222
Spurway M. A. 27
Stetter H. J. 160
Stoller D. S. 184
Stoller L. C. 184
Stuart A. 94

T

Tagami S. 93
Tate R. F. 70
Taunton B. W. 28
Theil H. 127
Theodorescu R. 27

U

Uematu T. 185

V

Van der Sluis K. 266
Volinez G. 182
Von Holdt R. E.
Votaw D. F., Jr
Vučković V. 278

W

Wagner H. M. 13
Wallin J. F. E. 1
Warfield J. N. 26
Warner H. R. 232
Watterson G. A. 7
Weisfeld M. 162
Wheeler D. J. 22
Wilkes M. V. 225
Wilkinson J. H. 16
Wilks S. S. 74
Williams G. T. 69
Wise M. E. 77
Wold H. 129
Wong Y. K. 123

Y

Yamamoto S. 68

Z

Zarkovic S. S. 65
Zienkiewicz O. C.
Ziniuk M. A. 295

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ
ИНСТИТУТА НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ДИРЕКТОР ИНСТИТУТА профессор *А. И. Михайлов*

Реферативный журнал издается в следующих сериях:

АВТОМАТИКА И РАДИОЭЛЕКТРОНИКА — Главный редактор канд. техн. наук *А. С. Бучинский*, АСТРОНОМИЯ И ГЕОДЕЗИЯ — Главный редактор профессор *К. Ф. Огородников*, БИОЛОГИЯ — Главный редактор канд. биол. наук *В. П. Доброхвалов*, ГЕОГРАФИЯ — Главный редактор докт. геогр. наук *А. А. Насимович*, ГЕОЛОГИЯ — Главный редактор профессор *Е. Е. Захаров*, ГЕОФИЗИКА — Главный редактор профессор *И. А. Хвостиков*, ГОРНОЕ ДЕЛО — Главный редактор докт. техн. наук *Е. М. Фаерман*, МАТЕМАТИКА — Главный редактор канд. физ.-матем. наук *Р. В. Гамкрелидзе*, МАШИНОСТРОЕНИЕ — Главный редактор канд. техн. наук *В. З. Фрейдберг*, МЕТАЛЛУРГИЯ — Главный редактор член-корр. АН СССР *Н. В. Агеев*, МЕХАНИКА — Главный редактор академик *Л. И. Седов*, ТРАНСПОРТ — Главный редактор канд. техн. наук *В. Т. Осипов*, ФИЗИКА — Главный редактор профессор *Э. В. Шпольский*, ХИМИЯ — Заведующий отделом профессор *В. В. Кафаров*, ЭКОНОМИКА ПРОМЫШЛЕННОСТИ — Главный редактор профессор *С. М. Лисичкин*, ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА — Главный редактор профессор *Б. М. Тареев*

СОДЕРЖАНИЕ

СВОДНОГО ТОМА РЖ МАТЕМАТИКА № 2 ЗА 1961 г.

2А. Общие вопросы	2А1
История математики. Персоналия	2А21
Преподавание математики	2А33
Основания математики и математическая логика	2А43
Теория чисел	2А58
Алгебра	2А107
Многочлены и линейная алгебра	2А109
Группы	2А121
Поля, кольца, алгебры и структуры	2А129
Алгебраическая теория схем связи и управления	2А164
Топология	2А181
Геометрия	2А239
Приложения геометрии	2А243
Элементарная геометрия	2А259
Аналитическая геометрия	2А267
Проективная и неевклидовы геометрии	2А282
Начертательная геометрия	2А296
Алгебраическая геометрия	2А299
Дифференциальная геометрия трехмерного пространства	2А306
Геометрия n-мерного пространства	2А329
Теория относительности	2А356
Глобальная теория дифференцируемых многообразий	2А368
Метрические методы в геометрии	2А385
Выпуклые многообразия	2А394
Авторский указатель	
2Б. Теория функций действительного переменного	2Б1
Теория множеств	—
Приближение функций полиномами и их обобщениями	2Б21
Теория функций комплексного переменного	2Б48
Дифференциальные уравнения	
Обыкновенные дифференциальные уравнения	2Б109
Уравнения в частных производных	2Б173
Приложения к физике, технике и естественным наукам	2Б194
Интегральные уравнения	2Б254
Вариационное исчисление	2Б263
Анализ (другие вопросы)	2Б291
Числовые ряды	2Б324
Специальные функции	2Б341
Интегральные преобразования и операционное исчисление	2Б353
Приложения общих методов математического анализа	2Б364
Функциональный анализ	2Б369
Авторский указатель	
2В. Теория вероятностей	2В1
Математическая статистика	2В65
Теория игр, исследование операций и математическая экономика	2В105
Применение теоретико-вероятностных и статистических методов	—
Численные и графические методы	2В146
Таблицы	2В202
Вычислительные машины и математические приборы	2В210
Применение вычислительных машин	2В265
Авторский указатель	

Цена 38 к.

П. ЯЩ. ГПИ 98300 АН СССР
ТЕХ. БИБЛИОТЕКА

01477/2

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА

НА РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ АКАДЕМИИ НАУК СССР

МАТЕМАТИКА

на 1961 год

Реферативный журнал «Математика» рассчитан на широкий круг математиков и лиц, работающих в смежных с математикой областях науки и техники, и дает по возможности всеобъемлющую информацию об опубликованных в мировой литературе научных работах по всем разделам математики и многим ее приложениям. В частности, освещаются работы по алгебраической теории схем связи и управления, применению теоретико-вероятностных и статистических методов в технике и естествознании, вопросы, связанные с теорией и эксплуатацией вычислительных машин и математических приборов, приводятся сведения об использовании вычислительных устройств и их элементов в технике.

Журнал выходит один раз в месяц.

К комплекту журнала в виде приложений будут даны годовые указатели: авторский, систематический и предметный.

Для удобства читателей наряду с обычными номерами будут издаваться три выпуска, объединяющих некоторые разделы журнала.

Условия подписки

На сводный том:

На год (за 12 номеров с указателями) 21-96

На 6 мес. (за 6 номеров без указателей) 9-24

На отдельные выпуски:

	На год (за 12 номеров)	На 6 м-цев (за 6 номеров)
Выпуск I. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ. ЛОГИКА. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ	7-20	3-60
Выпуск II. АНАЛИЗ	8-40	4-20
Выпуск III. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ	4-56	2-28

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ В ПУНКТАХ ПОДПИСКИ «СОЮЗПЕЧАТЬ», ПОЧТАМТАХ, КОНТОРАХ И ОТДЕЛЕНИЯХ СВЯЗИ, ОБЩЕСТВЕННЫМИ УПОЛНОМОЧЕННЫМИ НА ЗАВОДАХ И ФАБРИКАХ, ШАХТАХ, ПРОМЫСЛАХ И СТРОЙКАХ, В УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ И УЧРЕЖДЕНИЯХ

ЗАКАЗЫ МОЖНО НАПРАВЛЯТЬ ТАКЖЕ В ОТДЕЛ ПОДПИСКИ И РЕАЛИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ИЗДАТЕЛЬСКОГО КОМБИНАТА ВИНИТИ ПО АДРЕСУ:

г. Люберцы, Московской области, Октябрьский проспект, д. 403.
Р/сч. 58526 в Люберецком отделении Госбанка